ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2017

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Θέματα και Απαντήσεις

Επιμέλεια: Ομάδα Φυσικών

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΩΘΗΣΗ Αφετηρία το μέλλον

ΓΥΜΝΑΣΙΟ / ΛΥΚΕΙΟ ΩΘΗΣΗ Αφετηρία το μέλλον

http://www.othisi.gr

Δευτέρα, 12 Ιουνίου 2017
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων ισχύει ότι:

α) η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή
β) η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων αυξάνεται
γ) η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή
δ) η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή.

Μονάδες 5

Α2. Σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Παρατηρείται ότι για δύο διαφορετικές συχνότητες f_1 και f_2 του διεγέρτη με $f_1 < f_2$ το πλάτος της ταλάντωσης είναι το ίδιο. Για την ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος ισχύει:

α) $f_0 < f_1$
β) $f_0 > f_2$
γ) $f_1 < f_0 < f_2$
δ) $f_1 = f_0$.

Μονάδες 5

Α3. Σε μία οριζόντια φλέβα ρέει ιδανικό ρευστό. Όταν σε μια περιοχή της φλέβας οι ρευματικές γραμμές πυκνώνουν, τότε:

α) η ταχύτητα ροής αυξάνεται και η πίεση ελαττώνεται
β) η παροχή της φλέβας αυξάνεται και η πίεση αυξάνεται
γ) η παροχή της φλέβας ελαττώνεται και η πίεση ελαττώνεται
δ) η ταχύτητα ροής αυξάνεται και η πίεση αυξάνεται.

Μονάδες 5

Α4. Διακρότημα δημιουργείται μετά από σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, όταν οι ταλαντώσεις έχουν

α) ίσα πλάτη και ίσες συχνότητες
β) διαφορετικά πλάτη και ίσες συχνότητες
γ) διαφορετικά πλάτη και διαφορετικές συχνότητες
δ) ίσα πλάτη και συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους.

Μονάδες 5

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Η εξίσωση της συνέχειας είναι άμεση συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας στη ροή των ιδανικών ρευστών.

β) Η ροπή μιας δύναμης $\vec{F}$ ως προς άξονα περιστροφής είναι μηδέν, όταν ο φορέας της δύναμης είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής.

γ) Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας, ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός.

δ) Η κίνηση ενός τροχού που κυλίεται είναι αποτέλεσμα της επαλληλίας μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης.

ε) Σε ένα στάσιμο κύμα, που έχει δημιουργηθεί σε ένα ελαστικό μέσο, η απόσταση δύο διαδοχικών κοιλιών είναι ίση με ένα μήκος κύματος λ.

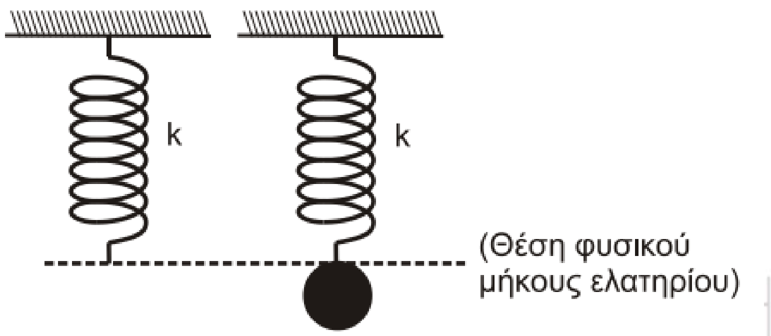
Μονάδες 5

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Α1. → **δ)**	**Α5.**	**α) → Λάθος**
Α2. → **γ)**		**β) → Σωστό**
Α3. → **α)**		**γ) → Σωστό**
Α4. → **δ)**		**δ) → Σωστό**
		ε) → Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k έχει το άνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου και ενώ αυτό βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους, στερεώνεται μάζα m. Από τη θέση αυτή το σύστημα αφήνεται ελεύθερο και αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Σχήμα 1

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης του σώματος είναι ίση με :

i. $\dfrac{m^2g^2}{k}$ **ii.** $\dfrac{2m^2g^2}{k}$ **iii.** $\dfrac{m^2g^2}{2k}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

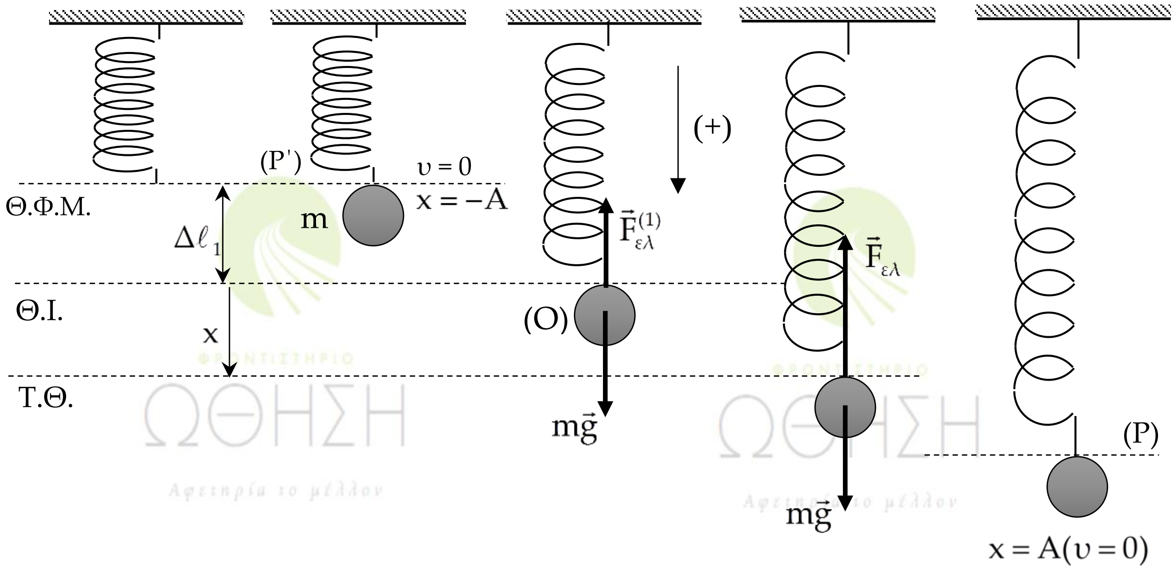
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Σωστή απάντηση είναι η **ii.**

β) <u>Αιτιολόγηση</u>:



Στη Θ.Ι. (Ο) θα ισχύει: $\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow mg - F^{(1)}_{\varepsilon\lambda} = 0 \Rightarrow mg = k\Delta\ell_1$ **(1)**

Στην Τ.Θ. Θα ισχύει:

$$\Sigma F = mg - F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow \Sigma F = mg - k(\Delta\ell_1 + x) \overset{(1)}{\Rightarrow} \Sigma F = k\Delta\ell_1 - k\Delta\ell_1 - kx \Rightarrow \boxed{\Sigma F = -kx}$$

Άρα το σύστημα $m - k$ εκτελεί Α.Α.Τ. με $D = k$.

Στην αρχική θέση (Ρ') ο ταλαντωτής έχει ταχύτητα μηδέν, άρα αποτελεί μία ακραία θέση (x = -A). Επομένως για το πλάτος της ταλάντωσης θα ισχύει:

$$A = \Delta\ell_1 \overset{(1)}{\Rightarrow} A = \frac{mg}{k} \quad \textbf{(2)},$$

ως απόσταση ακραίας θέσης – θέσης ισορροπίας.

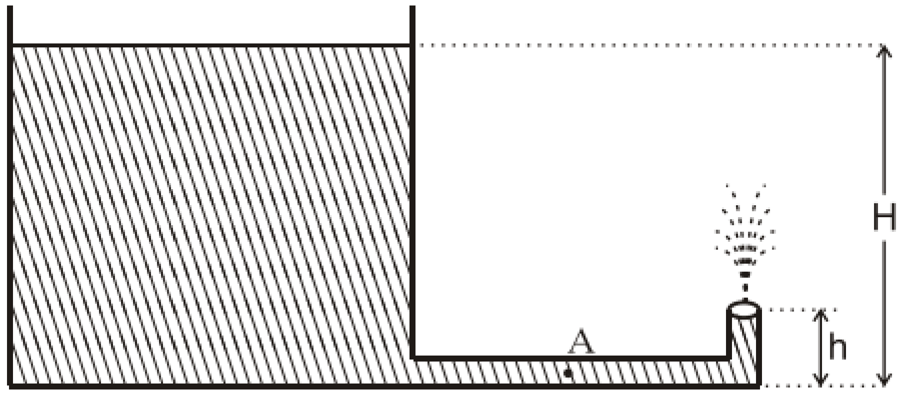
Η θέση (Ρ), εκεί όπου $\upsilon = 0$ και πάλι, αντιστοιχεί σε απομάκρυνση x=+A, ενώ είναι και θέση μέγιστης παραμόρφωσης του ελατηρίου. Επομένως θα ισχύει:

$$\Delta\ell_{max} = \Delta\ell_1 + A = 2A \overset{(2)}{\Rightarrow} \Delta\ell_{max} = \frac{2mg}{k} \quad (3)$$

Άρα η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι

$$U^{max}_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}=\frac{1}{2}k\Delta\ell^2_{max}\overset{(3)}{\Rightarrow}U^{max}_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}=\frac{1}{2}k\left(\frac{2mg}{k}\right)^2\Rightarrow U^{max}_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}=\frac{1}{2}k\frac{4m^2g^2}{k^2}\Rightarrow \boxed{U^{max}_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}=\frac{2m^2g^2}{k}}$$

Β2. Ανοιχτό κυλινδρικό δοχείο με κατακόρυφα τοιχώματα περιέχει νερό μέχρι ύψους Η. Από τον πυθμένα του πλευρικού τοιχώματος του δοχείου εξέρχεται λεπτός κυλινδρικός σωλήνας σταθερής διατομής. Ο σωλήνας είναι αρχικά οριζόντιος και στη συνέχεια κάμπτεται, ώστε να γίνει κατακόρυφος προς τα πάνω. Το άνοιγμα του σωλήνα βρίσκεται σε ύψος $h=\frac{H}{5}$ πάνω από το επίπεδο του πυθμένα του δοχείου, όπως φαίνεται στο σχήμα 2:



Σχήμα 2

Να θεωρήσετε ότι:

- η ταχύτητα με την οποία κατεβαίνει η στάθμη του νερού στο ανοιχτό δοχείο είναι αμελητέα
- το νερό συμπεριφέρεται ως ιδανικό ρευστό
- η ατμοσφαιρική πίεση παραμένει σταθερή.

Το μέτρο της ταχύτητας υ_A με την οποία ρέει το νερό στο σημείο Α του οριζόντιου σωλήνα είναι ίσο με:

i. $\sqrt{2gh}$ **ii.** $\sqrt{10gh}$ **iii.** $2\sqrt{2gh}$.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

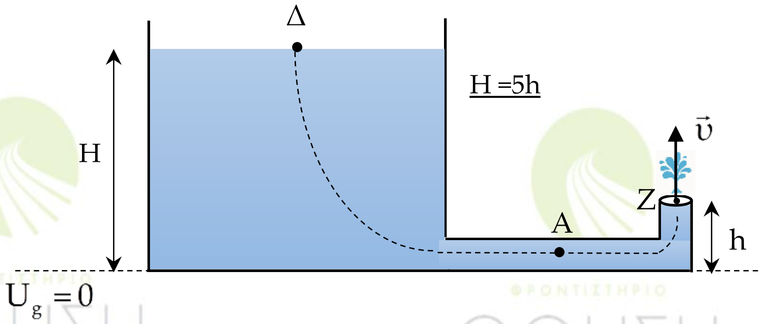
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Σωστή απάντηση είναι η **iii**.

β) Αιτιολόγηση:



Για τα σημεία Α, Ζ εφαρμόζουμε εξίσωση συνέχειας:

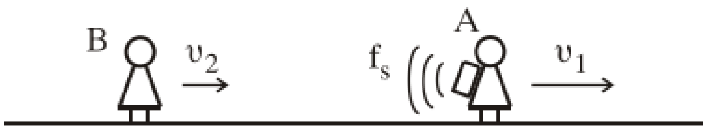
$$\left.\begin{matrix} A_A \upsilon_A = A_Z \upsilon_Z \\ A_A = A_Z \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underline{\underline{\upsilon_A = \upsilon_Z}} \quad \mathbf{(1)}$$

Για τα σημεία Δ, Ζ της ίδιας ρευματικής γραμμής εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli:

$$\left.\begin{matrix} (\Delta \to Z): \;\; P_\Delta + \frac{1}{2}\varrho\upsilon_\Delta^2 + \varrho g H = P_Z + \frac{1}{2}\varrho\upsilon_Z^2 + \varrho g h \\ \textit{αλλά} \;\; P_\Delta = P_Z = P_{atm}, \;\; \upsilon_\Delta \approx 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \varrho g H = \frac{1}{2}\varrho\upsilon_Z^2 + \varrho g \frac{H}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\varrho\upsilon_Z^2 = \varrho g \frac{4H}{5} \overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{1}{2}\upsilon_A^2 = g\frac{4H}{5} \Rightarrow \upsilon_A^2 = \frac{8gH}{5} \overset{H=5h}{\Rightarrow} \upsilon_A^2 = 8gh \Rightarrow \boxed{\upsilon_A = 2\sqrt{2gh}}$$

Β3. Οι παρατηρητές Α και Β κινούνται στην ίδια οριζόντια κατεύθυνση με ταχύτητες μέτρου $\upsilon_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{5}$ και $\upsilon_2 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}$ αντίστοιχα. Στην πλάτη του παρατηρητή Α είναι στερεωμένη ηχητική πηγή, όπως φαίνεται στο σχήμα 3:



Σχήμα 3

Η ηχητική πηγή εκπέμπει συνεχώς ήχο σταθερής συχνότητας f_S, ο οποίος διαδίδεται στον αέρα με ταχύτητα $\upsilon_{\eta\chi}$. Ο παρατηρητής Β αντιλαμβάνεται τον ήχο της ηχητικής πηγής με συχνότητα ίση με:

i. $\frac{9}{12}f_S$ **ii.** $\frac{11}{12}f_S$ **iii.** $\frac{11}{8}f_S$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

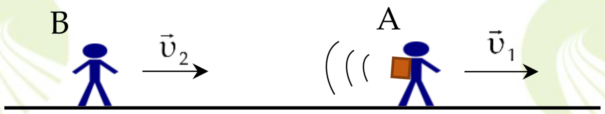
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Σωστή απάντηση είναι η **ii.**

β) <u>Αιτιολόγηση</u>:



Σύμφωνα με το νόμο του Doppler ($f = \dfrac{\upsilon_{\eta\chi} \pm \upsilon_{\pi\alpha\rho}}{\upsilon_{\eta\chi} \mp \upsilon_{\pi\eta\gamma\acute{\eta}\varsigma}} \cdot f_S$), η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής Β θα είναι:

$$f_B = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_2}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_1} \cdot f_S \Rightarrow f_B = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}}{\upsilon_{\eta\chi} + \dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{5}} \cdot f_S \Rightarrow f_B = \frac{\dfrac{11\upsilon_{\eta\chi}}{10}}{\dfrac{6\upsilon_{\eta\chi}}{5}} \cdot f_S \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_B = \frac{11 \cdot 5}{6 \cdot 10} \cdot f_S \Rightarrow \underline{\underline{f_B = \frac{11}{12} \cdot f_S}}$$

ΘΕΜΑ Γ

Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται χωρίς απώλειες ενέργειας σε γραμμικό ελαστικό μέσο (χορδή) που ταυτίζεται με τον ημιάξονα Οx, προς τη θετική κατεύθυνση. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στο άκρο Ο ($x = 0$) του ημιάξονα Οx του ελαστικού μέσου. Η πηγή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης $y = A \cdot \eta\mu\omega t$.
Στοιχειώδης μάζα $\Delta m = 10^{-6}$kg του ελαστικού μέσου έχει ενέργεια ταλάντωσης $E_T = 5\pi^2 \cdot 10^{-7}$ J.
Το ελάχιστο χρονικό διάστημα για την απευθείας μετάβαση της στοιχειώδους μάζας Δm του ελαστικού μέσου από την κάτω ακραία θέση ταλάντωσής της μέχρι την επάνω ακραία θέση ταλάντωσής της είναι $\Delta t = 0{,}4$s.
Στο ίδιο χρονικό διάστημα το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση $\Delta x = 4$cm.

Γ1. Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος (μονάδες 2), το μήκος κύματος του κύματος (μονάδες 2) και το πλάτος ταλάντωσης της στοιχειώδους μάζας Δm (μονάδες 3).

Μονάδες 7

Γ2. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος (μονάδες 2) και να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 1{,}4$s (μονάδες 4).

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια της στοιχειώδους μάζας Δm, όταν η απομάκρυνσή της από τη θέση ισορροπίας της είναι $y = 0{,}2\text{m}$.

Μονάδες 6

Δύο σημεία Ρ και Σ της χορδής έχουν διαφορά φάσης $\varphi_P - \varphi_\Sigma = \frac{3\pi}{2}\text{rad}$.

Γ4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του Σ, όταν η απομάκρυνση του σημείου Ρ από τη θέση ισορροπίας του είναι $y_P = 0{,}4\text{m}$.

Μονάδες 6

Όπου εμφανίζεται το π να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Γ1. Το ελάχιστο χρονικό διάστημα που απαιτείται για την απευθείας μετάβαση ενός υλικού σημείου από την μια ακραία θέση της ταλάντωσης στην άλλη είναι ίσο με $\Delta t = \frac{T}{2}$, όπου Τ είναι η περίοδος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί.

Άρα: $\frac{T}{2} = 0{,}4\sec \Rightarrow \underline{\underline{T = 0{,}8\sec}}$

- Η ταχύτητα διάδοσης ενός κύματος σε ένα συγκεκριμένο μέσο διάδοσης είναι σταθερή, οπότε θα ισχύει: $\upsilon_\delta = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0{,}04}{0{,}4}\text{m/s} = \underline{0{,}1\text{m/s}}$

  Από τη Θεμελιώδη Εξίσωση της Κυματικής έχουμε: $\upsilon_\delta = f\cdot\lambda$, όπου λ το μήκος κύματος και f η συχνότητα του κύματος. Με $f = \frac{1}{T} = \frac{5}{4}\text{Hz}$, θα έχουμε:

$$\lambda = \frac{\upsilon_\delta}{f} = \frac{0{,}1}{5/4} = \frac{0{,}4}{5} = \underline{\underline{0{,}08\text{m}}} \quad \text{ή} \quad \underline{8\text{cm}}$$

- Για την ενέργεια της ταλάντωσης θεωρούμε τη σχέση $E_T = \frac{1}{2}DA^2 \to A = \sqrt{\frac{2E_T}{D}}$, με $D = m\omega^2$ η σταθερά επαναφοράς της Α.Α.Τ. Οπότε για το πλάτος Α θα έχουμε:

$$A = \sqrt{\frac{2E_T}{m\omega^2}} = \sqrt{\frac{2\cdot 5\pi^2\cdot 10^{-7}}{10^{-6}\cdot(2\pi\cdot\frac{5}{4})^2}}\text{m} = \sqrt{\frac{\pi^2\cdot 10^{-6}}{10^{-6}\cdot\frac{25}{4}\cdot\pi^2}}\text{m} = \sqrt{\frac{4}{25}}\text{m} = \underline{\underline{0{,}4\text{m}}}$$

Γ2. Η εξίσωση του αρμονικού κύματος είναι η εξής:

$$y(x,t) = A\cdot\eta\mu[2\pi\cdot(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})] \Rightarrow \underline{\underline{y(x,t) = 0{,}4\cdot\eta\mu[2\pi\cdot(\frac{5}{4}t - \frac{25}{2}x)]}}\ (\text{SI})$$

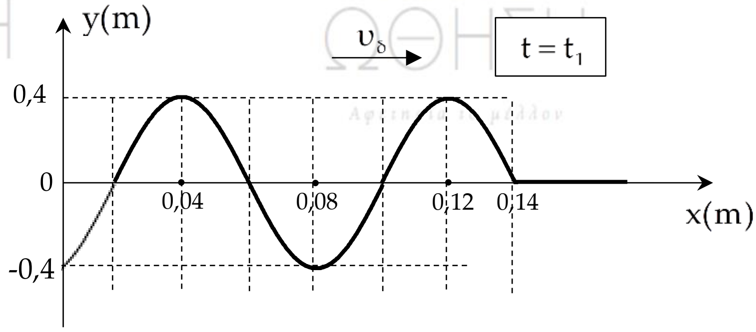
Η εξίσωση του στιγμιότυπου τη ζητούμενη χρονική στιγμή ($t_1 = 1{,}4\,\text{sec}$) είναι η εξής:

$$y_{t_1}(x) = 0{,}4 \cdot \eta\mu[2\pi \cdot (\frac{5}{4} \cdot 1{,}4 - \frac{25}{2}x)] = 0{,}4 \cdot \eta\mu[3{,}5\pi - 25\pi x)]\ (SI)$$

- Την παραπάνω χρονική στιγμή το κύμα έχει διαδοθεί μέχρι το σημείο που βρίσκεται στη θέση: $x = \upsilon_\delta \cdot t_1 = 0{,}1 \cdot 1{,}4\,m = \underline{\underline{0{,}14m}}$

Το ζητούμενο στιγμιότυπο είναι το εξής:

x (m)	y (m)
0	-0,4
0,02	0
0,04	0,4
0,06	0
0,08	-0,4
0,1	0
0,12	0,4
0,14	0



Γ3. Από τη διατήρηση της ενέργειας της αρμονικής ταλάντωσης θα έχουμε:

$$E_T = K + U_T = \sigma\tau\alpha\theta.,\ \text{όπου}\ \left.\begin{cases} U_T = \frac{1}{2}Dy^2 \\ y = 0{,}2m = A/2 \end{cases}\right\} \rightarrow U_T = \frac{1}{2}D(\frac{A}{2})^2 = \frac{1}{4}E_T$$

Οπότε: $E_T = K + \frac{1}{4}E_T \Rightarrow K = E_T - \frac{1}{4}E_T = \frac{3}{4}E_T = \frac{3}{4} \cdot 5\pi^2 \cdot 10^{-7}\,J = \underline{\underline{3{,}75\pi^2 \cdot 10^{-7}\,J}}$

Γ4. ***α' τρόπος***

Για την ταχύτητα του σημείου Σ μια οποιαδήποτε χρονική στιγμή θα ισχύει: $\upsilon_\Sigma = \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi_\Sigma$, όπου φ_Σ είναι η στιγμιαία τιμή της φάσης του Σ.

Για το υλικό σημείο στο P, όταν $y_P = 0{,}4m = +A$, θα ισχύει:

$$y_P = A \cdot \eta\mu\varphi_P \Rightarrow A \cdot \eta\mu\varphi_P = A \Rightarrow \eta\mu\varphi_P = 1 \Rightarrow \underline{\varphi_P = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2}}, \kappa \in Z$$

Για τη φάση του Σ έχουμε: $\varphi_\Sigma = \varphi_P - \frac{3\pi}{2} = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{2} = \underline{2\kappa\pi - \pi}$

Πρέπει $\varphi_\Sigma \geq 0 \Rightarrow 2\kappa\pi - \pi \geq 0 \Rightarrow 2\kappa\pi \geq \pi \Rightarrow \kappa \geq \frac{1}{2}$, οπότε κ = 1,2,3, …

Άρα $\upsilon_\Sigma = \frac{5\pi}{2} \cdot 0{,}4 \cdot \sigma\upsilon\nu(2\kappa\pi - \pi) = \pi \cdot \sigma\upsilon\nu(2\kappa\pi - \pi) = \pi\sigma\upsilon\nu(-\pi)$,

όμως $\sigma\upsilon\nu(-\pi) = \sigma\upsilon\nu\pi = -1$, οπότε $\upsilon_\Sigma = \pi \cdot (-1)\ m/s \Rightarrow \underline{\underline{\upsilon_\Sigma = -\pi\, m/s}}$

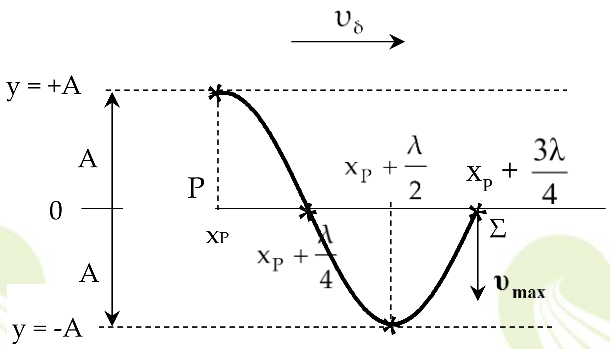
β' τρόπος

Ισχύει $\varphi_P - \varphi_\Sigma = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_P}{\lambda} - \frac{t}{T} + \frac{x_\Sigma}{\lambda}\right) \Rightarrow \frac{3\pi}{2} = 2\pi\frac{x_\Sigma - x_P}{\lambda} \Rightarrow$

$$\Rightarrow x_\Sigma - x_P = \frac{3\lambda}{4} \Rightarrow x_\Sigma = x_P + \frac{3\lambda}{4}$$

Ακόμα, τη θεωρούμενη χρονική στιγμή t ισχύει $y_P = +0{,}4\,m$ ή $y_P = +A$. Το P βρίσκεται σε θέση μέγιστης θετικής απομάκρυνσης.

Επειδή κατά την φορά διάδοσης οι φάσεις μειώνονται, το κύμα διαδίδεται από το P στο Σ. Ακόμα, αν υποθέσουμε ότι τη θεωρούμενη χρονική στιγμή η διαταραχή έχει φτάσει στο Σ, το τμήμα του στιγμιότυπου μεταξύ P και Σ είναι όπως στο σχήμα.



Άρα, το υλικό σημείο στο Σ βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τα αρνητικά, αφού πρόκειται να αποκτήσει απομάκρυνση $y < 0$ ενός προηγούμενου σημείου με τετμημένη $x \in \left(x_P + \frac{\lambda}{2}, x_p + \frac{3\lambda}{4}\right)$ σε σχέση με τη φορά διάδοσης.

Επομένως είναι:

$$y_\Sigma = 0 \text{ και } \upsilon_\Sigma = -\omega A = -\frac{5\pi}{2}\cdot\frac{2}{5}\text{m/s} \Rightarrow \underline{\underline{\upsilon_\Sigma = -\pi\,\text{m/s}}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Μία ομογενής άκαμπτη ράβδος ΑΓ σταθερής διατομής έχει μάζα M = 4kg. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και το άκρο της Α συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο Γ της ράβδου συνδέεται μέσω αβαρούς μη εκτατού νήματος ΓΔ με τον κατακόρυφο τοίχο. Το νήμα σχηματίζει με τη ράβδο γωνία φ. Γύρω από ένα λεπτό ομογενή δίσκο κέντρου Κ, μάζας m = 2kg και ακτίνας R = 0,1m είναι τυλιγμένο πολλές φορές ένα λεπτό μη εκτατό αβαρές νήμα. Το ελεύθερο άκρο του νήματος έχει στερεωθεί στο άκρο Γ της ράβδου ΑΓ, όπως φαίνεται στο σχήμα 4:

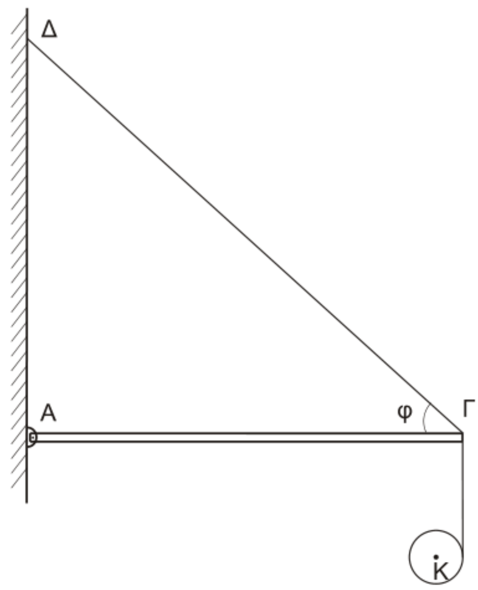
Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο δίσκος αφήνεται να κινηθεί και το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου, καθώς αυτός κατέρχεται.

Μονάδες 6

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος ΑΓ στο άκρο της Γ από το νήμα ΓΔ, όταν ο δίσκος κατέρχεται.

Μονάδες 6



Σχήμα 4

Τη χρονική στιγμή που το κέντρο μάζας Κ του δίσκου έχει κατέλθει κατακόρυφα κατά $h_1 = 0{,}3\text{m}$ το νήμα που συνδέει το δίσκο με τη ράβδο κόβεται.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, μετά από χρονικό διάστημα Δt από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Μονάδες 6

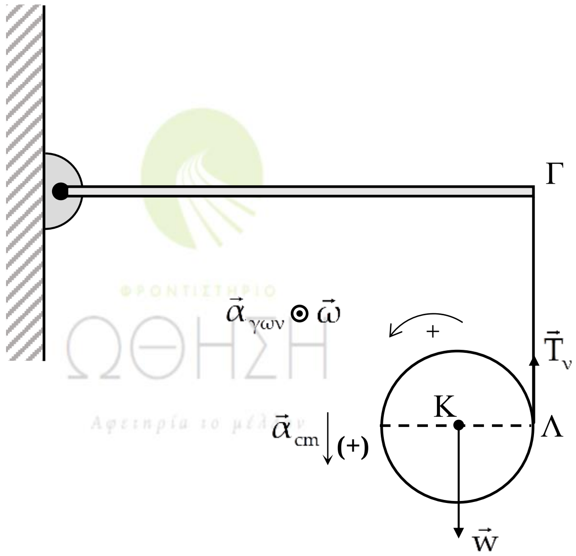
Δ4. Να υπολογίσετε το λόγο της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφικής κίνησης προς την κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης του δίσκου μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t' = 0{,}1\text{s}$ από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Μονάδες 7

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m}/\text{s}^2$.
- η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$.
- ημφ = 0,8, συνφ = 0,6.
- ο άξονας περιστροφής του δίσκου παραμένει συνεχώς οριζόντιος και κινείται σε κατακόρυφη τροχιά σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του.
- ο δίσκος δεν φτάνει στο έδαφος στη διάρκεια του φαινομένου.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



Δ1. Αφού το νήμα ηρεμεί, είναι αβαρές και μη εκτατό, θα ισχύει:

$$υ_Λ = υ_Γ \Rightarrow υ_{cm} - ωR = 0 \Rightarrow υ_{cm} = ωR \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dυ_{cm}}{dt} = R\frac{dω}{dt} \Rightarrow \underline{\alpha_{cm} = \alpha_γ \cdot R} \quad \textbf{(1)}$$

Εφαρμόζουμε το Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής για τη μεταφορική και τη περιστροφική κίνηση του δίσκου:

- $\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{\alpha}_{cm} \Rightarrow mg - T_ν = m \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \underline{T_ν = mg - m \cdot \alpha_{cm}} \quad \textbf{(2)}$$

- $\Sigma\vec{τ} = I_{cm} \cdot \vec{\alpha}_{γων} \overset{(1)}{\Rightarrow} T_ν \cdot R = \frac{1}{2}mR^2 \cdot \frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow \underline{T_ν = \frac{1}{2}m\alpha_{cm}}$ **(3)**

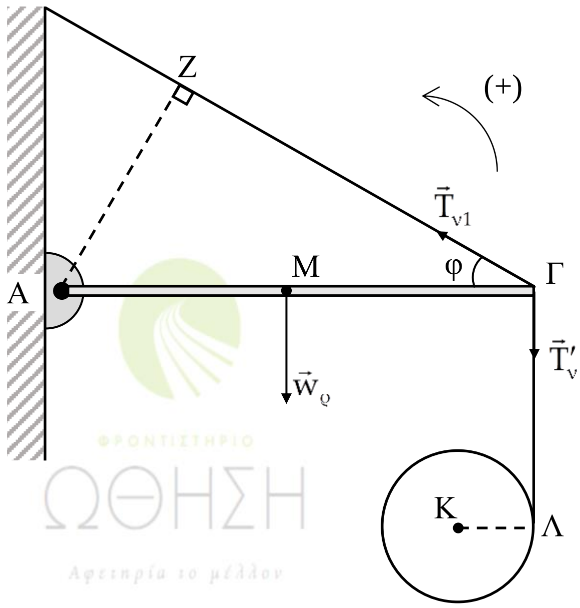
Άρα, η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου προκύπτει ως εξής:

$$(2),(3) \Rightarrow mg - m\alpha_{cm} = \frac{1}{2}m\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2g}{3} \Rightarrow \underline{\underline{\alpha_{cm} = \frac{20}{3} m/s^2}}$$

Δ2. Από την (3), προκύπτει: $T_ν = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{20}{3} N \Rightarrow \underline{T_ν = \frac{20}{3} N}$

Αφού το νήμα ΓΛ είναι αβαρές θα ισχύει: $\underline{T_ν = T'_ν = \frac{20}{3} N}$ (σχέση μέτρων)

<u>**α΄τρόπος:**</u>



Αφού η ράβδος ισορροπεί, θα ισχύει:

$$\Sigma\vec{τ}_{F(A)} = \vec{0} \Rightarrow$$

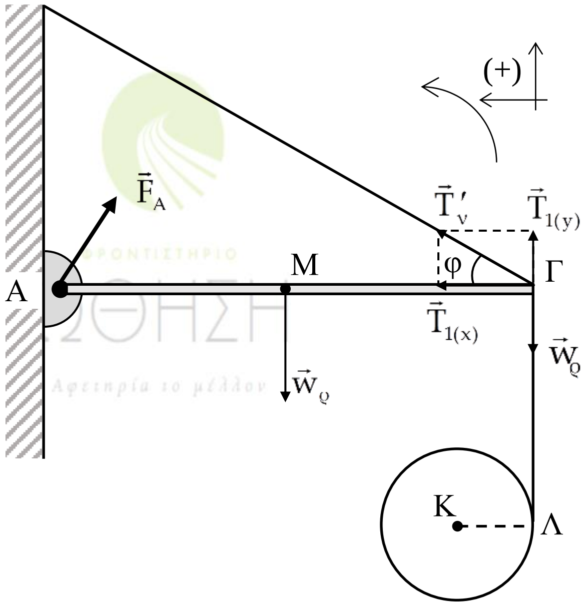
$$\Rightarrow \vec{τ}_{\vec{F}A/(A)} + \vec{τ}_{\vec{w}ρ/(A)} + \vec{τ}_{\vec{T}ν1/(A)} + \vec{τ}_{\vec{T}'ν/(A)} = \vec{0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 - Mg\frac{(ΑΓ)}{2} + T_{ν1}(ΑΖ) - T'_ν(ΑΓ) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{ν1}(ΑΓ)ημφ = \left(Mg\frac{1}{2} + T'_ν\right)(ΑΓ) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ... \Rightarrow T_{ν1} \cdot \frac{4}{5} = \frac{80}{3} N \Rightarrow \underline{\underline{T_{ν1} = \frac{100}{3} N}}$$

β΄τρόπος:



Αφού η ράβδος ισορροπεί θα ισχύει:

$$\Sigma\vec{\tau}_{F(A)} = \vec{0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{\tau}_{\vec{F}_A/(A)} + \vec{\tau}_{\vec{T}'_\nu/(A)} + \vec{\tau}_{\vec{T}_{1(y)}/(A)} + \vec{\tau}_{\vec{T}_{1(x)}/(A)} + \vec{\tau}_{\vec{w}_\varrho/(A)} = \vec{0}$$

όμως

- $\vec{\tau}_{\vec{F}_A/(A)} = \vec{0}$, αφού το Α είναι σημείο εφαρμογής της $\vec{F}$
- $\vec{\tau}_{\vec{T}_{1(x)}/(A)} = \vec{0}$, αφού ο φορέας της προεκτεινόμενος περνάει από το Α.

Οπότε: $0 - T'_\nu(A\Gamma) + T_{1(y)}(A\Gamma) - Mg\dfrac{(A\Gamma)}{2} = 0 \Rightarrow$

$$\overset{(A\Gamma)\neq 0}{\Rightarrow} 0 - T'_\nu(A\Gamma) + T_{1(y)}(A\Gamma) - Mg\frac{(A\Gamma)}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$T_{1(y)} = \frac{Mg}{2} + T'_\nu \Rightarrow T_{\nu 1}\eta\mu\varphi = 20 + \frac{20}{3} \Rightarrow T_{\nu 1}\eta\mu\varphi = 20 + \frac{20}{3} \Rightarrow T_{\nu 1}\cdot\frac{4}{5} = \frac{80}{3} \Rightarrow \underline{\underline{T_{\nu 1} = \frac{100}{3}N}}$$

Δ3. Εφόσον ο δίσκος κατέρχεται με σταθερή επιτάχυνση, ο υπολογισμός της χρονικής στιγμής που κόπηκε το νήμα προκύπτει ως εξής:

$$h_1 = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t_1^2 \Rightarrow \frac{3}{10} = \frac{1}{2}\cdot\frac{20}{3}\cdot t_1^2 \Rightarrow t_1^2 = \frac{9}{100} \Rightarrow \underline{t_1 = 0{,}3s}$$

Η ταχύτητα του κέντρου μάζας την παραπάνω χρονική στιγμή είναι:

$$\upsilon_{cm1} = \alpha_{cm}\cdot t_1 \Rightarrow \underline{\upsilon_{cm1} = 2m/s}$$

Για τη γωνιακή ταχύτητα του δίσκου την ίδια στιγμή θα έχουμε:

$$\upsilon_{cm1} = \omega_1\cdot R \Rightarrow \omega_1 = \frac{\upsilon_{cm1}}{R} \Rightarrow \omega_1 = \frac{2}{0{,}1}rad/s \Rightarrow \underline{\omega_1 = 20rad/s}$$

Από τη στιγμή που κόβεται το νήμα στο σώμα ενεργεί μόνο το βάρος του, άρα:

$$\Sigma\vec{\tau} = \vec{0} \Rightarrow \vec{\omega} = \sigma\tau\alpha\theta. \quad \acute{\eta} \quad \omega = \omega_1$$

Επομένως, η ζητούμενη στροφορμή θα έχει μέτρο:

$$L = I\cdot\omega_1 \Rightarrow L = \frac{1}{2}mR^2\cdot\omega_1 \Rightarrow L = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 0{,}01\cdot 20kgm^2/s \Rightarrow \underline{\underline{L = 0{,}2kgm^2/s}}$$

Δ4. Ο δίσκος μετά το κόψιμο του νήματος επιταχύνεται μεταφορικά μόνο εξαιτίας της βαρυτικής δύναμης, άρα από το 2ο ν. Newton θα πάρουμε:

$$\Sigma\vec{F} = m\cdot\vec{\alpha}'_{cm} \Rightarrow \vec{w} = m\cdot\vec{\alpha}'_{cm} \Rightarrow m\cdot\vec{g} = m\cdot\vec{\alpha}'_{cm} \Rightarrow \underline{\vec{\alpha}'_{cm} = \vec{g}}$$

Για το μεταφορικό σκέλος της κίνησης του δίσκου θα ισχύει:

$$\left.\begin{aligned} \upsilon_{cm2} &= \upsilon_{cm1} + \alpha'_{cm}\Delta t' \\ \alpha'_{cm} &= g = 10\,m/s^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \upsilon_{cm2} = (2+10\cdot 0{,}1)\,m/s \Rightarrow \underline{\upsilon_{cm2} = 3\,m/s}$$

Αφού στροφικά ο δίσκος έχει σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_1, ο ζητούμενος λόγος θα είναι:

$$\frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}} = \frac{\frac{1}{2}I\omega_1^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_{cm2}^2} = \frac{\frac{1}{2}mR^2\omega_1^2}{m\upsilon_{cm2}^2} \Rightarrow \frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_1 R}{\upsilon_{cm2}}\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{9} \Rightarrow \underline{\underline{\frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}} = \frac{2}{9}}}$$

<u>β΄τρόπος για τα ερωτήματα Δ3, Δ4</u>

Δ3. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για τον δίσκο από την $t = 0$ που αφήνεται έως την $t = t_1$ που το νήμα κόβεται.

$$\Delta K = \Sigma W_{\vec{F}} \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}_\nu} \Rightarrow K_1 - 0 = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}_\nu}\,,$$

όμως $W_{\vec{T}_\nu} = W_{\vec{T}_\nu(\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi.)} + W_{\vec{T}_\nu(\pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi)} = -T_\nu\Delta y_{cm} + TR\Delta\theta_{(r)} = -T_\nu\Delta y_{cm} + T_\nu\Delta y_{cm} = 0$.

Οπότε $K_1 = W_{\vec{w}} \Rightarrow K_1 = mgh_1 = 6J$ και

$$K_1 = \frac{1}{2}I_{cm}\omega_1^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_{cm,1}^2 = \frac{1}{4}mR^2\frac{\upsilon_{cm,1}^2}{R^2} + \frac{m\upsilon_{cm,1}^2}{2} \Rightarrow K_1 = \frac{3m\upsilon_{cm,1}^2}{4} \Rightarrow \upsilon_{cm,1} = \sqrt{\frac{4K_1}{3m}} = \underline{2\,m/s}$$

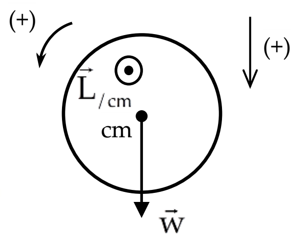
Όμως, κάθε στιγμή μέχρι να κοπεί το σχοινί για τον δίσκο ισχύει:

$$\frac{K_{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi}}{K_{\pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho}} = \frac{\frac{1}{2}\cdot m\upsilon_{cm}^2}{\frac{1}{2}\cdot I_{cm}\cdot\omega^2} = \frac{m\upsilon_{cm}^2}{\frac{1}{2}\cdot mR^2\cdot\frac{\upsilon_{cm}^2}{R^2}} = 2 \Rightarrow \underline{K_{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi} = 2\cdot K_{\pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho}}$$

Άρα την $t = t_1$ θα έχουμε:

$K_1 = K_{1(\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi)} + K_{1(\pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau)} \Rightarrow K_1 = 3K_{1(\pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau)}$

Για $t > t_1$ ⇒ $K_{1(\pi\varepsilon\rho)} = \dfrac{K_1}{3} = 2J$ και $K_{\alpha\rho\chi(\mu\varepsilon\tau)} = K_{1(\mu\varepsilon\tau)} = 4J$



Στη συνέχεια στο δίσκο η μοναδική δύναμη που ασκείται είναι το βάρος του, άρα από τον Θ.Ν.Μ. στο δίσκο για τη στροφική του κίνηση θα πάρουμε:

$$\Sigma\vec{\tau}_{/cm} = I_{cm}\cdot\vec{\alpha}'_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \vec{\tau}_{\vec{w}/cm} = I_{cm}\cdot\vec{\alpha}'_{\gamma\omega\nu}$$

και αφού $\vec{\tau}_{\vec{w}/cm} = \vec{0}$, επειδή ο φορέας του βάρους διέρχεται από το cm, θα είναι:

$$I_{cm}\cdot\alpha'_{\gamma\omega\nu} = 0 \Rightarrow \underline{\alpha'_{\gamma\omega\nu} = 0}$$

Δηλαδή, ο δίσκος εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση και ισχύει:

$$\omega = \omega_1 = \sigma\tau\alpha\theta. \Rightarrow K_{\pi\varepsilon\rho} = K_{\pi\varepsilon\rho(1)} = 2J$$

Ακόμη ισχύουν $\left.\begin{aligned} L_{/cm} &= I_{cm}\cdot\omega \\ K_{\pi\varepsilon\rho} &= \frac{1}{2}I_{cm}\cdot\omega^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \omega &= \frac{L_{/cm}}{I_{cm}} \\ K_{\pi\varepsilon\rho} &= \frac{1}{2}I_{cm}\cdot\frac{L_{/cm}^2}{I_{cm}^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow K_{\pi\varepsilon\rho} = \frac{L_{/cm}^2}{2I_{cm}} \Rightarrow$

$\Rightarrow L_{/cm} = \sqrt{2K_{\pi\varepsilon\rho}\cdot I_{cm}}$, όπου $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2 = 10^{-2}kg\cdot m^2$, άρα $\boldsymbol{L_{/cm} = 0{,}2kg\cdot\frac{m^2}{s}}$

Δ4. Για την μεταφορική κίνηση του cm του δίσκου εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton στη γενικότερη διατύπωση μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = t_1$ και $t' = t_1 + \Delta t'$, όπου $\Delta t' = 0{,}1$ s. Οπότε θα είναι:

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t'} \Rightarrow \vec{w} = \frac{\vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t'} \Rightarrow mg = \frac{P - m\upsilon_{cm,1}}{\Delta t'} \Rightarrow P = mg\Delta t' + m\upsilon_{cm,1} \Rightarrow P = 6kg\cdot m/s$$

Ισχύει: $\left.\begin{aligned} P &= m\upsilon_{cm,1} \Rightarrow \upsilon_{cm,1} = P/m \\ K_{\mu\varepsilon\tau} &= \frac{1}{2}m\upsilon_{cm,1}^2 \Rightarrow K_{\mu\varepsilon\tau} = \frac{1}{2}m\frac{P^2}{m^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow K_{\mu\varepsilon\tau} = \frac{P^2}{2m} = \frac{36}{4}J = 9J$

Άρα την $t = t_1 + \Delta t'$ έχουμε $\frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}} = \frac{2}{9}$

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Τα σημερινά θέματα Φυσικής Προσανατολισμού καλύπτουν ευρύ φάσμα της εξεταστέας ύλης.

Τα Θεωρητικά (Θέματα Α και Β) απαιτούν από τους υποψηφίους πολύ καλή γνώση της θεωρίας του σχολικού βιβλίου, αλλά και προσοχή κατά την ανάπτυξή τους για την αποφυγή επιπόλαιων λαθών.

Τα προβλήματα (Θέματα Γ και Δ) απαιτούν δυνατότητα αναπαραγωγής της θεωρίας, προσοχή στις πράξεις και κριτική ικανότητα. Συγκεκριμένα, τα ερωτήματα Γ4, Δ3 & Δ4 απαιτούν αρκετή φυσική διαίσθηση και μια ιδιαίτερη εγρήγορση από τους μαθητές. Τα ερωτήματα αυτά πιστεύουμε ότι θα παράγουν διαβάθμιση μεταξύ των υποψηφίων.

Συνεπώς, τα σημερινά θέματα είναι ποιοτικά, σαφή και μπορούν να αντιμετωπιστούν με μια σχετική άνεση από καλά προετοιμασμένους υποψηφίους. Εκτίμηση μας είναι ότι οι βαθμολογίες των υποψηφίων θα κινηθούν στα περσινά επίπεδα.