ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2018

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Θέματα και Απαντήσεις

Επιμέλεια: Ομάδα Φυσικών

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ
ΩΘΗΣΗ
Αφετηρία το μέλλον

ΓΥΜΝΑΣΙΟ / ΛΥΚΕΙΟ
ΩΘΗΣΗ
Αφετηρία το μέλλον

http://www.othisi.gr

Τετάρτη, 13 Ιουνίου 2018

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Δύο μικρά σώματα με μάζες m και 4m, που κινούνται στην ίδια ευθεία με αντίθετες κατευθύνσεις και ταχύτητες $υ_1$ και $υ_2$ αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Αν η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται, τότε τα δύο σώματα πριν την κρούση είχαν

α) αντίθετες ταχύτητες
β) ίσες ορμές
γ) αντίθετες ορμές
δ) ίσες κινητικές ενέργειες.

Μονάδες 5

Α2. Ταλαντωτής εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με τη συχνότητα f του διεγέρτη να είναι λίγο μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα f_0 του ταλαντωτή. Αν ελαττώσουμε την περίοδο του διεγέρτη, το πλάτος της ταλάντωσης του ταλαντωτή

α) παραμένει σταθερό
β) αυξάνεται αρχικά και μετά ελαττώνεται
γ) ελαττώνεται αρχικά και μετά αυξάνεται
δ) ελαττώνεται.

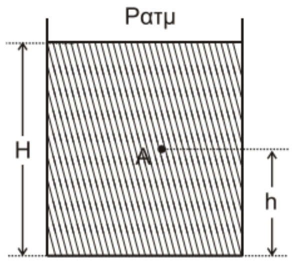
Μονάδες 5

Α3. Μεταξύ δύο σημείων Α και Β ενός στάσιμου κύματος που έχει δημιουργηθεί σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο παρεμβάλλονται συνολικά δύο δεσμοί. Τα σημεία Α και Β έχουν μεταξύ τους

α) διαφορά φάσης ίση με 0
β) διαφορά φάσης ίση με π
γ) διαφορά φάσης ίση με π/4
δ) διαφορά φάσης ίση με π/2.

Μονάδες 5

Α4. Το ανοιχτό κυλινδρικό δοχείο του σχήματος βρίσκεται εντός πεδίου βαρύτητας με επιτάχυνση βαρύτητας g και περιέχει νερό πυκνότητας ρ. Το ύψος του νερού στο δοχείο είναι Η. Στο σημείο Α, που απέχει απόσταση h από τον πυθμένα του δοχείου, η υδροστατική πίεση είναι ίση με



α) $P_{atm} + \varrho g h$

β) $P_{atm} + \varrho g(H-h)$

γ) $\varrho g h$

δ) $\varrho g(H-h)$

Μονάδες 5

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Περίοδος $T_δ$ ενός διακροτήματος ονομάζεται ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς της απομάκρυνσης .

β) Κατά την εκδήλωση σεισμικής δόνησης το έδαφος λειτουργεί ως διεγέρτης για τα κτίρια. Όταν η συχνότητα του σεισμικού κύματος γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα ενός κτιρίου, το πλάτος της ταλάντωσης του κτιρίου μεγιστοποιείται.

γ) Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, με μικρή σταθερά απόσβεσης b, όταν η σταθερά απόσβεσης αυξηθεί λίγο, ο ρυθμός μείωσης του πλάτους της ταλάντωσης ελαττώνεται.

δ) Κατά τη ροή ιδανικού ρευστού σε οριζόντιο σωλήνα, όταν οι ρευματικές γραμμές παρουσιάζουν την ίδια πυκνότητα, η ταχύτητα ροής δεν μεταβάλλεται.

ε) Σε ένα ρολόι με δείκτες η γωνιακή επιτάχυνση του λεπτοδείκτη είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.

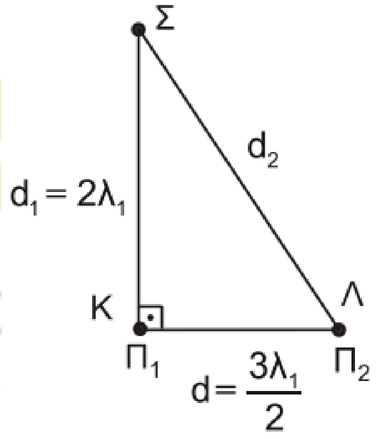
Μονάδες 5

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Α1. → γ)	**Α5.** α) → **Λάθος**
Α2. → δ)	β) → **Σωστό**
Α3. → α)	γ) → **Λάθος**
Α4. → δ)	δ) → **Σωστό**
	ε) → **Λάθος**

ΘΕΜΑ Β

Β1. Στην ελεύθερη επιφάνεια νερού που ηρεμεί, στις θέσεις Κ και Λ βρίσκονται δύο όμοιες και σύγχρονες κυματικές πηγές απλών αρμονικών κυμάτων $Π_1$ και $Π_2$, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = \frac{3\lambda_1}{2}$. Οι πηγές ταλαντώνονται χωρίς αρχική φάση, με συχνότητα f_1, πλάτος ταλάντωσης Α και παράγουν κύματα μήκους κύματος λ_1, που διαδίδονται στην επιφάνεια του νερού με σταθερή ταχύτητα υ.



Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του νερού απέχει από την πηγή $Π_1$ απόσταση $d_1 = 2\lambda_1$ και από την πηγή $Π_2$ απόσταση d_2 , όπως στο σχήμα. Το ευθύγραμμο τμήμα ΣΚ είναι κάθετο στο ΚΛ. Διπλασιάζουμε τη συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών διατηρώντας σταθερό το πλάτος Α της ταλάντωσής τους. Το Σ μετά τον διπλασιασμό της συχνότητας ταλάντωσης των πηγών θα είναι:

i. σημείο ενίσχυσης

ii. σημείο απόσβεσης

iii. σημείο που ταλαντώνεται με πλάτος Α

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

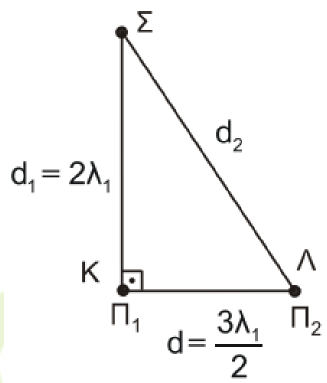
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Σωστή απάντηση είναι η **i.**

β) Αιτιολόγηση:



Η απόσταση του σημείου Σ από την πηγή $Π_2$ είναι:

$$\text{Π.Θ.} \rightarrow d_2 = \sqrt{d_1^2 + d^2} = \sqrt{4\lambda_1^2 + \frac{9\lambda_1^2}{4}} = \sqrt{\frac{25\lambda_1^2}{4}} = \frac{5\lambda_1}{2}$$

Άρα αρχικά από Θ.Ε.Κ. : $\upsilon = \lambda_1 f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{\upsilon}{\lambda_1}$.

Μετά τον διπλασιασμό:

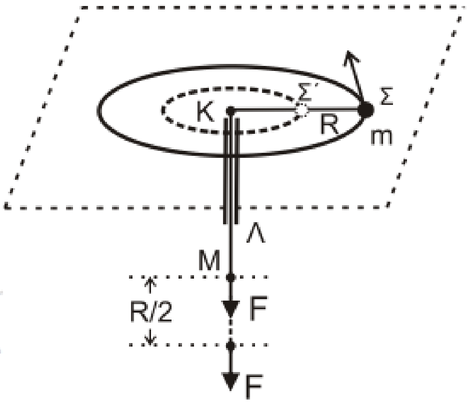
$$f_2 = 2f_1 \Longrightarrow \frac{\upsilon}{\lambda_2} = 2\frac{\upsilon}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}$$

Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Σ είναι:

$$|A_\Sigma| = 2A\left|\text{συν}[2\pi\frac{(d_1 - d_2)}{2\lambda_2}]\right| = 2A\left|\text{συν}[\pi\frac{(2\lambda_1 - 2{,}5\lambda_1)}{\lambda_2}]\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |A_\Sigma| = 2A\left|\text{συν}[\pi\frac{\left(-\frac{\lambda_1}{2}\right)}{\frac{\lambda_1}{2}}]\right| = 2A|\text{συν}\pi| \Longrightarrow \underline{\underline{|A_\Sigma| = 2A}}$$

Β2. Το σφαιρίδιο του σχήματος, μάζας m, διαγράφει οριζόντιο κύκλο ακτίνας ΚΣ = R με γωνιακή ταχύτητα ω δεμένο στο άκρο αβαρούς μη εκτατού νήματος, το οποίο περνάει από κατακόρυφο σωλήνα ΚΛ. Στο άκρο Μ του νήματος ασκείται κατάλληλη δύναμη F, ώστε αυτό να κινηθεί χωρίς τριβή διαμέσου του σωλήνα μέχρι η ακτίνα περιστροφής του σφαιριδίου μάζας m να γίνει ΚΣ′ = R/2. Σε όλη τη διάρκεια της μεταβολής της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς, θεωρούμε ότι το σφαιρίδιο κινείται εκτελώντας κυκλική κίνηση στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές. Το έργο της δύναμης F για τη μετακίνηση του σφαιριδίου μάζας m θα είναι ίσο με:



i. $\frac{1}{2}m\omega^2R^2$ **ii.** $\frac{2}{3}m\omega^2R^2$ **iii.** $\frac{3}{2}m\omega^2R^2$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Σωστή απάντηση είναι η **iii**.

β) Αιτιολόγηση:

Στο σφαιρίδιο ασκείται από το νήμα η τάση του νήματος $\vec{F}_\nu$. Ισχύει $\vec{\tau}_{F_\nu} = 0$ αφού ο φορέας της διέρχεται από το Κ. Άρα για την κίνηση του σφαιριδίου ισχύει $\Sigma\vec{\tau}_{F(K)} = \vec{0}$ άρα διατηρείται η στροφορμή οπότε:

$$\vec{L}_{\alpha\rho\chi} = \vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\upsilon_1 R = m\upsilon_2 \frac{R}{2} \Rightarrow \underline{\underline{\upsilon_2 = 2\upsilon_1}} \quad (1)$$

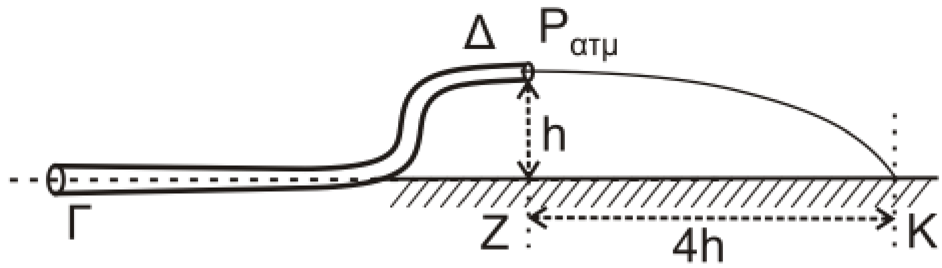
Από Θ.Μ.Κ.Ε.(αρχική στην τελική θέση):

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \Rightarrow W_F = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_F = \frac{1}{2}m\cdot 4\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = \frac{3}{2}m\upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} W_F = \frac{3}{2}m\upsilon_1^2 \\ \text{όπου } \upsilon_1 = \omega\cdot R \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{W_F = \frac{3}{2}m\omega^2R^2}$$

Β3. Ο κυλινδρικός σωλήνας ΓΔ του σχήματος αποτελεί τμήμα ενός μεγάλου σωλήνα μεταβλητής διατομής και βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο. Στον σωλήνα ρέει με σταθερή παροχή ιδανικό υγρό πυκνότητας ρ με φορά από το Γ προς το Δ. Η σχέση των εμβαδών των εγκαρσίων διατομών του σωλήνα στα σημεία Γ και Δ είναι $A_Γ = 2A_Δ$. Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία κινείται το υγρό στο σημείο Γ είναι $υ_Γ$. Τα σημεία Γ και Δ απέχουν υψομετρικά κατά h, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η φλέβα του υγρού που εξέρχεται από το στόμιο Δ πέφτει σε σημείο Κ στην προέκταση της οριζόντιας ευθείας που διέρχεται από το σημείο Γ.



Η απόσταση ΖΚ (βεληνεκές) είναι ίση με 4h.
Η διαφορά πίεσης ΔP μεταξύ των σημείων Γ και Δ ισούται με

i. $2ρυ_Γ^2$ **ii.** $ρυ_Γ^2$ **iii.** $\frac{ρυ_Γ^2}{2}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

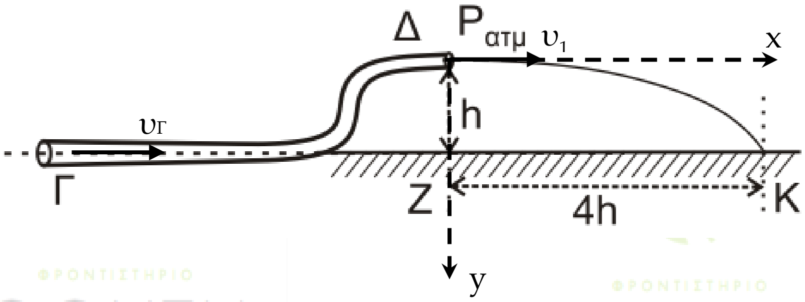
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Σωστή απάντηση είναι η **i.**

β) <u>Αιτιολόγηση</u>:



Εξίσωση συνέχειας Γ → Δ:

$$A_Γ \cdot υ_Γ = A_Δ \cdot υ_Δ \Rightarrow 2A_Δ \cdot υ_Γ = A_Δ \cdot υ_Δ \Rightarrow 2υ_Γ = υ_Δ \quad ή \quad υ_Γ = \frac{υ_Δ}{2} \quad (1)$$

Εξίσωση Bernoulli $\Gamma \to \Delta$, με $U_{g(\Gamma)} = 0$:

$$P_\Gamma + 0 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2 = P_\Delta + \rho g h + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Delta^2 \Rightarrow P_\Gamma - P_\Delta = \rho g h + \frac{1}{2}\rho(\upsilon_\Delta^2 - \upsilon_\Gamma^2) \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\overset{(1)}{\Rightarrow} P_\Gamma - P_\Delta = \rho g h + \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_\Delta^2 - \frac{\upsilon_\Delta^2}{4}\right) \Rightarrow P_\Gamma - P_\Delta = \rho g h + \frac{1}{2}\rho\frac{3}{4}\upsilon_\Delta^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{P_\Gamma - P_\Delta = \rho g h + \frac{3}{8}\rho\upsilon_\Delta^2 \ (2)}$$

Διαφορά πίεσης ($\Gamma \to \Delta$): $\Delta P = P_\Gamma - P_\Delta$ (3)

Οπότε είναι:

$$(2) \overset{(3)}{\Rightarrow} \underline{\Delta P = \rho g h + \frac{3}{4}\rho\upsilon_\Delta^2 \ (4)}$$

Για την οριζόντια βολή που θα εκτελεί ένα στοιχείο ρευστού από το Δ στο Κ θα έχουμε:

- Οριζόντια διεύθυνση (x΄x): $\upsilon_x = \upsilon_\Delta = \sigma\tau\alpha\theta.$

$$x = \upsilon_\Delta \cdot t \quad ή \quad t = \frac{x}{\upsilon_\Delta} \quad (5)$$

- Κατακόρυφη διεύθυνση (y΄y):

$$\upsilon_y = g \cdot t \ (6) \ , \quad y = \frac{1}{2}gt^2 \quad (7)$$

Άρα η (7) με βάση την (5) δίνει:

$$y = \frac{g}{2}\cdot\frac{x^2}{\upsilon_\Delta^2} \xRightarrow{y=h,\ x=4h} h = \frac{g}{2\upsilon_\Delta^2}16h^2 \Rightarrow \upsilon_\Delta^2 = \frac{16gh^2}{2h} \Rightarrow \upsilon_\Delta^2 = 8gh \Rightarrow gh = \frac{\upsilon_\Delta^2}{8} \quad (8)$$

Η σχέση (4) σύμφωνα με την (8) θα δώσει

$$\Delta P = \rho\frac{\upsilon_\Delta^2}{8} + \frac{3}{8}\rho\upsilon_\Delta^2 \Rightarrow \Delta P = \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Delta^2 \overset{(1)}{\Rightarrow} \Delta P = \frac{1}{2}\rho \cdot 4\upsilon_\Gamma^2 \Rightarrow \boxed{\Delta P = 2\rho\upsilon_\Gamma^2}$$

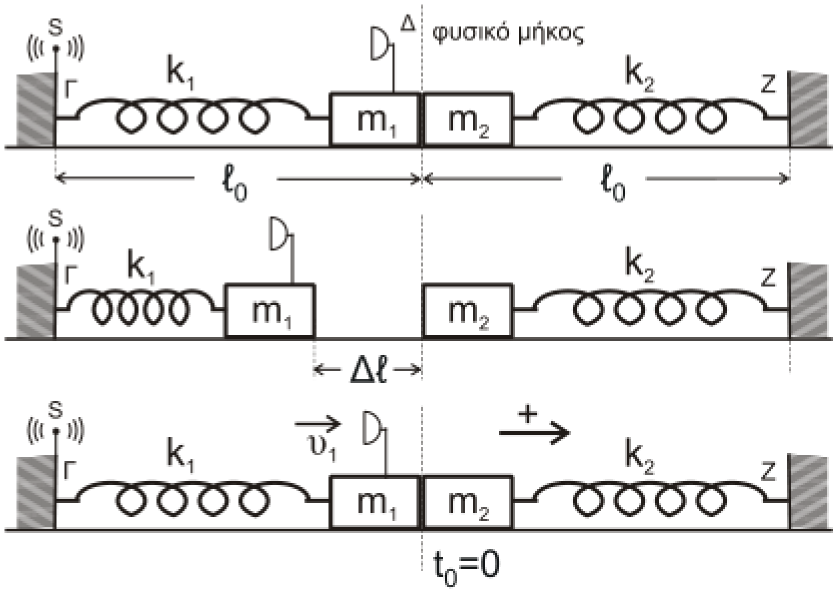
ΘΕΜΑ Γ

Τα ιδανικά ελατήρια του σχήματος με σταθερές k_1 και k_2 ($k_1 = k_2 = k = 50$ N/m) έχουν το ένα άκρο τους στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο (Γ και Ζ, αντίστοιχα). Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων συνδέονται τα σώματα m_1 και m_2 με $m_1 = m_2 = 2$ kg.

Τα δύο σώματα αρχικά εφάπτονται μεταξύ τους και είναι ακίνητα. Τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και οι άξονές τους βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

Στο άκρο Γ του ελατηρίου k_1 υπάρχει ακίνητη ηχητική πηγή S που εκπέμπει συνεχώς ήχο συχνότητας f_S. Στο σώμα m_1 έχει τοποθετηθεί αβαρής σημειακός δέκτης ηχητικών κυμάτων Δ.

Εκτρέπουμε το σώμα m_1 από τη θέση ισορροπίας, συμπιέζοντας το ελατήριο k_1 κατά $\Delta\ell = 0{,}4$ m και το αφήνουμε ελεύθερο. Τη στιγμή που το σώμα m_1 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του συγκρούεται πλαστικά με το σώμα m_2.



Γ1. Να υπολογίσετε το λόγο της συχνότητας f_1 του ήχου που καταγράφει ο δέκτης λίγο πριν την κρούση προς την αντίστοιχη συχνότητα f_2 που καταγράφει αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

Γ2. Να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = 2k$ και να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο μετά την κρούση ο δέκτης καταγράφει για πρώτη φορά συχνότητα ίση με τη συχνότητα f_s που εκπέμπει η ηχητική πηγή.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του.

Μονάδες 6

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Γ1. Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του m_1 από τη στιγμή που αφήνεται ως τη στιγμή που φτάνει στην Θέση Φυσικού Μήκους λίγο πριν την κρούση.

$$\Delta K = \Sigma W_F \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\vec{F}_{\varepsilon\lambda}} = U_{\varepsilon\lambda}^{\alpha\rho\chi} - U_{\varepsilon\lambda}^{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - 0 = \frac{1}{2}k_1\Delta\ell^2 - 0 \rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}\Delta\ell \rightarrow \underline{\upsilon_1 = 2\ m/s}$$

Άρα η συχνότητα που ακούει ο δέκτης λίγο πριν την κρούση είναι:

$$f_1 = \frac{\upsilon - \upsilon_1}{\upsilon} f_S = \frac{338}{340} \cdot f_S \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο. για το σύστημα των m_1, m_2 κατά την πλαστική κρούση

$$\vec{p}_{συστ.(λπ)} = \vec{p}_{συστ.(αμ)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_κ \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{0} = \vec{p}_κ \Rightarrow m_1 \vec{\upsilon}_1 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{\upsilon}_κ \Rightarrow \begin{Bmatrix} |\vec{\upsilon}_κ| = \dfrac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot |\vec{\upsilon}_1| \\ \vec{\upsilon}_1 \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}_κ \end{Bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} |\vec{\upsilon}_κ| = \dfrac{|\vec{\upsilon}_1|}{2} \rightarrow \underline{\underline{\upsilon_κ = 1\ m/s}} \\ \vec{\upsilon}_1 \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}_κ \end{Bmatrix}$$

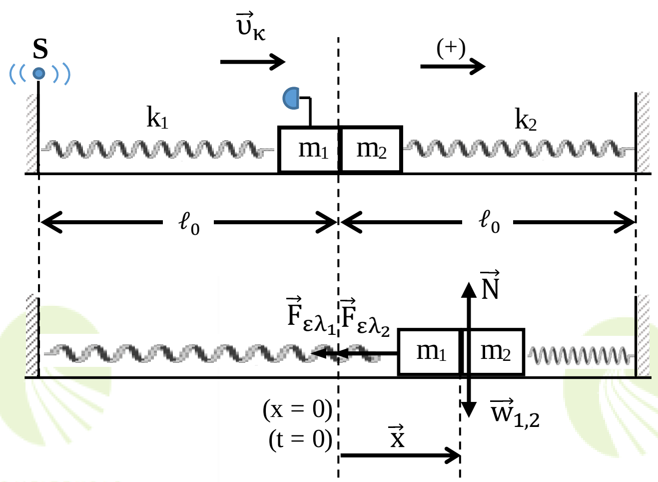
Για την συχνότητα αμέσως μετά την κρούση θα έχουμε:

$$f_2 = \frac{\upsilon - \upsilon_κ}{\upsilon} f_S = \frac{339}{340} \cdot f_S \quad (2)$$

Επομένως

$$\frac{(1)}{(2)} \rightarrow \underline{\underline{\frac{f_1}{f_2} = \frac{338}{339}}}$$

Γ2.



Σε τυχαία θέση με απομάκρυνση x από την Θ.Ι.:

$$ΣF = -\left(F_{ελ_1} + F_{ελ_2}\right) = -k_1 x - k_2 x \rightarrow$$

$$\rightarrow ΣF = -(k_1 + k_2)x \rightarrow ΣF = -2k \cdot x$$

Άρα το συσσωμάτωμα εκτελεί Α.Α.Τ. με $\underline{D = 2k = 100\ N/m}$

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m_{ολ}}} = \sqrt{\frac{2k}{m_1+m_2}} \rightarrow \underline{\omega = 5\ rad/s}, \qquad \upsilon_κ = \upsilon_{max} = \omega A \Longrightarrow A = \frac{\upsilon_κ}{\omega} \Longrightarrow \underline{\underline{A = 0{,}2m}}$$

Γ3. Για την ταχύτητα του (m_1+m_2) μετά την κρούση θα ισχύει:

$$\upsilon_A = \upsilon_{max} \cdot συν(\omega t + \varphi_0)$$

όπου $\upsilon_{max} = \upsilon_κ = 1\frac{m}{s}$ και $\omega = 5\frac{rad}{s}$

- Την $t = 0$ ισχύει $x = 0$ και $\upsilon > 0$, οπότε από τις εξισώσεις κίνησης θα πάρουμε

$$\left.\begin{aligned} x = A \cdot ημ(\omega t + \varphi_0) \Longrightarrow 0 = A \cdot ημ\varphi_0 \Longrightarrow ημ\varphi_0 = 0 \\ \upsilon_A = \upsilon_{max} \cdot συν(\omega t + \varphi_0) \Longrightarrow \upsilon_{max} συν\varphi_0 > 0 \Longrightarrow συν\varphi_0 > 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \varphi_0 = 0\ rad$$

Επομένως είναι $\underline{\upsilon_A = 1 \cdot συν(5t)}$ (SI)

Για την συχνότητα που ακούει επομένως ο προσαρμοσμένος δέκτης προκύπτει

$$f = \frac{\upsilon - \upsilon_A}{\upsilon} \cdot f_s \Rightarrow \frac{f}{f_s} = \frac{340 - 1 \cdot συν(5t)}{340} \Rightarrow \frac{f}{f_s} = 1 - \frac{1}{340} \cdot συν(5t)$$

Επομένως όταν $f = f_s$ θα έχουμε:

$$1 = 1 - \frac{1}{340} \cdot συν(5t) \Rightarrow \frac{1}{340} \cdot συν(5t) = 0 \Rightarrow συν(5t) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5t = (2k+1) \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = (2k+1) \cdot \frac{\pi}{10}, \text{όπου } k = 0,1, \ldots$$

Ο δείκτης καταγράφει για 1η φορά $f = f_s$ όταν $k = 0$, οπότε $\underline{\underline{t_1 = \frac{\pi}{10} s}}$

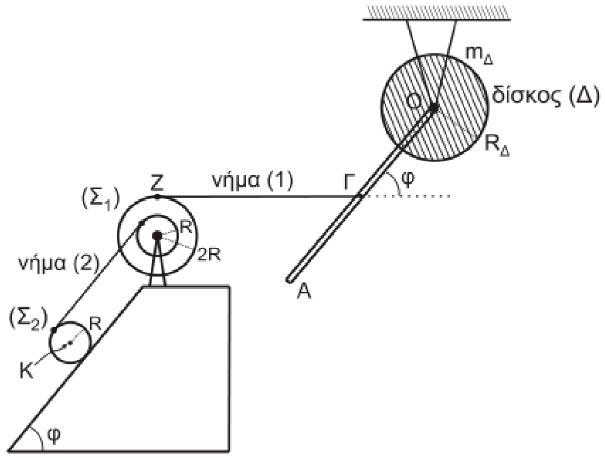
Γ4. Για το μέτρο του ρυθμού που ζητείται θα έχουμε:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma\vec{F}_x \Rightarrow \left|\frac{d\vec{p}}{dt}\right| = \left|\Sigma\vec{F}_x\right| \Rightarrow \left|\frac{d\vec{p}}{dt}\right| = D|\vec{x}| \Rightarrow \left|\frac{d\vec{p}}{dt}\right|_{max} = D|\vec{x}|_{max} \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\left|\frac{d\vec{p}}{dt}\right|_{max} = DA = 20N}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Λεπτή ομογενής ράβδος ΟΑ μήκους ℓ = 3m και μάζας Μ = 8kg είναι σταθερά συγκολλημένη με το ένα άκρο της Ο στο κέντρο ομογενούς δίσκου Δ μάζας $m_Δ$ = 4kg και ακτίνας $R_Δ = \frac{\sqrt{2}}{2}$m. Το σύστημα των δύο αυτών σωμάτων (ράβδου-δίσκου) μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές ως ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο του δίσκου.
Το μέσον Γ της ράβδου ΟΑ έχει δεθεί με τη βοήθεια λεπτού οριζόντιου αβαρούς και μη εκτατού νήματος ΖΓ (νήμα (1)) με διπλή τροχαλία $Σ_1$ και η ράβδος σχηματίζει γωνία φ με την προέκταση του οριζόντιου νήματος ΖΓ. Η διπλή τροχαλία αποτελείται από δύο ομογενείς συγκολλημένους ομοαξονικούς δίσκους με ακτίνες R και 2R, όπου R = 0,2m και η ροπή αδράνειάς της ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της είναι ίση με $I_{cm(τροχαλίας)}$ = 1,95 kg·m^2.



Ένα δεύτερο λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα (2), που είναι παράλληλο σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ, είναι τυλιγμένο πολλές φορές σε ένα λεπτό αυλάκι του εσωτερικού δίσκου ακτίνας R της τροχαλίας $Σ_1$ και το άλλο του άκρο είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια ενός ομογενούς κυλίνδρου $Σ_2$ μάζας m = 30kg και ακτίνας R, όπως φαίνεται στο σχήμα.
Το σύστημα όλων των σωμάτων του σχήματος ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Δ1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο σωμάτων ράβδου-δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής Ο.

Μονάδες 4

Τη χρονική στιγμή t = 0 το νήμα ΖΓ που συνδέει τη ράβδο με την τροχαλία κόβεται και ο κύλινδρος αρχίζει να εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος των δύο σωμάτων ράβδου-δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής Ο τη χρονική στιγμή t = 0.

Μονάδες 5

Δ3. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων ράβδου-δίσκου τη χρονική στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη για πρώτη φορά μετά το κόψιμο του νήματος.

Μονάδες 5

Δ4. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας Κ του ομογενούς κυλίνδρου (μονάδες 8) καθώς και την ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν έχει διανύσει διάστημα s = 2m στο κεκλιμένο επίπεδο (μονάδες 3)

Μονάδες 11

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 m/s^2$
- η ροπή αδράνειας του δίσκου Δ ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι ίση με $I_{cm(\Delta)} = \frac{1}{2} m_\Delta R^2$
- η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι ίση με $I_{cm(\rho)} = \frac{1}{2} M\ell^2$
- η ροπή αδράνειας του ομογενούς κυλίνδρου Σ_2 ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι ίση με $I_{cm(\kappa\upsilon\lambda\acute{\iota}\nu\delta\rho o\upsilon)} = \frac{1}{2} mR^2$
- ημφ = 0,8, συνφ = 0,6
- ο άξονας περιστροφής του ομογενούς κυλίνδρου Σ_2 παραμένει συνεχώς οριζόντιος σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του
- το κεκλιμένο επίπεδο είναι μεγάλου μήκους
- το νήμα δεν ολισθαίνει στον κύλινδρο και στην τροχαλία
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Δ1. Για το σύστημα ράβδου-δίσκου ισχύει:

$$I_{\sigma\upsilon\sigma\tau(O)} = I_{\delta\iota\sigma\kappa} + I_\rho$$

$$I_{\delta\iota\sigma\kappa} = I_{cm} = \frac{1}{2} m_\delta R_\delta^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 kg \cdot m^2 = 1 kg \cdot m^2$$

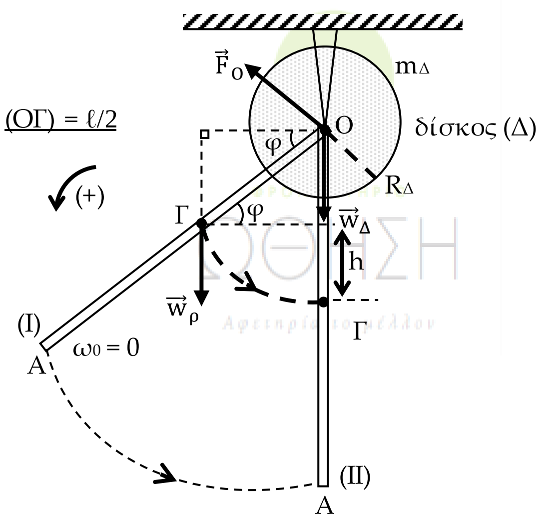
Σύμφωνα με το Θεώρημα Steiner για τη ράβδο είναι:

$$I_\rho = I_{cm} + M \cdot \frac{\ell^2}{4} = M \cdot \frac{\ell^2}{12} + M \cdot \frac{\ell^2}{4} = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 3^2 kg \cdot m^2 = 24 kg \cdot m^2$$

Επομένως για τη ροπή αδράνειας του συστήματος θα ισχύει:

$$\underline{I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = 25 kg \cdot m^2}$$

Δ2. Για το σύστημα ράβδου –δίσκου ισχύει:



$$\frac{d\vec{L}_{συστ}}{dt} = \Sigma\vec{\tau}_{συστ} = \vec{\tau}_{w_\rho} + \vec{\tau}_{w_\delta} + \vec{\tau}_{F_O} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dL_{συστ}}{dt} = w_\rho \cdot (OΓ) \cdot συνφ + 0 + 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dL_{συστ}}{dt} = 8 \cdot 10 \cdot \frac{3}{2} \cdot 0{,}6\ kg \cdot m^2/s^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\frac{dL_{συστ}}{dt} = 72 kg \cdot m^2/s^2}}$$

Δ3. Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για το σύστημα ράβδου-δίσκου από τη Θ.Ι. στη θέση (ΙΙ) έχουμε:

$$K_{συστ_{(II)}} - K_{συστ_{(I)}} = W_{w_\rho} + W_{w_\delta} + W_{F_O} \Rightarrow K_{συστ_{(II)}} - 0 = M \cdot g \cdot h + 0 + 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_{συστ_{(II)}} = Mg[(OΓ) - (OΓ)ημφ] \Rightarrow K_{συστ_{(II)}} = Mg(OΓ)(1 - ημφ) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_{συστ_{(II)}} = 8 \cdot 10 \cdot \frac{3}{2} \cdot (1 - 0{,}8)\ J \Rightarrow \underline{\underline{K_{συστ_{(II)}} = 24\ J}}$$

Δ4. Για τον κύλινδρο ισχύει:

- $\Sigma F_x = m \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow m \cdot g \cdot ημφ - T_\nu - T_{στ} = m \cdot \alpha_{cm}$ (1)
- $\Sigma\tau = I \cdot \alpha_\gamma \Rightarrow T_{στ} \cdot R - T_\nu \cdot R = \frac{1}{2} m \cdot R^2 \cdot \alpha_\gamma$

αλλά από κύλιση χωρίς ολίσθηση $\alpha_{cm} = R \cdot \alpha_\gamma$,

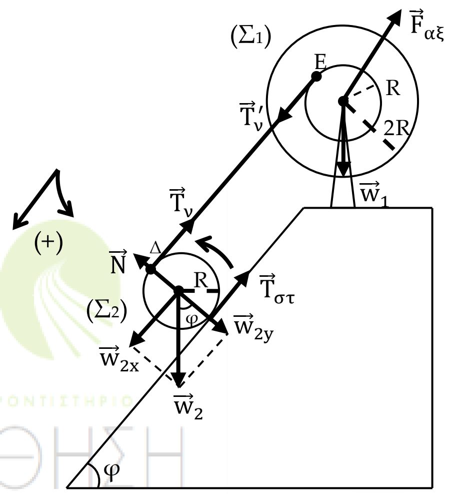
οπότε

$$T_{στ} - T_\nu = \frac{1}{2} m \cdot \alpha_{cm}\ (2)$$

Για την τροχαλία θα ισχύει :

$$\Sigma\tau' = I_{cm(τρ)} \cdot \alpha_{\gamma(τρ)} \Rightarrow T'_\nu \cdot R = I_{cm(τρ)} \cdot \alpha_{\gamma(τρ)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T'_\nu = \frac{I_{cm(τρ)}}{R} \cdot \alpha_{\gamma(τρ)}\ (3)$$



Το νήμα είναι τεντωμένο, αβαρές και μη εκτατό. Επομένως $T'_\nu = T_\nu$ και σύμφωνα με την Αρχή της Επαλληλίας θα πάρουμε:

$\vec{\alpha}_{\varepsilon\varphi(\Delta)} = \vec{\alpha}_{\varepsilon\varphi(E)} \Rightarrow \vec{a}_{cm} + \vec{\alpha}_{\varepsilon\pi(\Delta)} = \vec{\alpha}_{\varepsilon\varphi(E)}$, $\vec{a}_{cm} \uparrow\uparrow \vec{\alpha}_{\varepsilon\pi(\Delta)}$ *και τα δύο κατά τη θετική φορά*

$$\alpha_{cm} + \alpha_{\varepsilon\pi(\Delta)} = \alpha_{cm} + \alpha_\gamma R = R \cdot \alpha_{\gamma(\tau\rho)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\alpha_{cm} = R \cdot \alpha_{\gamma(\tau\rho)} \Longrightarrow \alpha_{\gamma(\tau\rho)} = \frac{2\alpha_{cm}}{R}$$

Επομένως η (3) γίνεται: $T_\nu = \frac{2I_{cm(\tau\rho)}}{R^2} \cdot \alpha_{cm} \overset{\times 2}{\Rightarrow} 2T_\nu = \frac{4I_{cm(\tau\rho)}}{R^2} \cdot \alpha_{cm}$ (4)

Για το σύστημα (1), (2), (4):

$$\left.\begin{aligned} mg\eta\mu\varphi - T_\nu - T_{\sigma\tau} &= m \cdot \alpha_{cm} \\ T_{\sigma\tau} - T_\nu &= \frac{1}{2} m \cdot \alpha_{cm} \\ 2T_\nu &= \frac{4I_{cm(\tau\rho)}}{R^2} \cdot \alpha_{cm} \end{aligned}\right\} \overset{(+)}{\Rightarrow} mg\eta\mu\varphi = \alpha_{cm}\left(m + \frac{m}{2} + \frac{4I_{cm(\tau\rho)}}{R^2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{mg\eta\mu\varphi}{m + \frac{m}{2} + \frac{4I_{cm(\tau\rho)}}{R^2}} \Longrightarrow \alpha_{cm} = \left(\frac{30 \cdot 10 \cdot \frac{8}{10}}{30 + 15 + \frac{4 \cdot 1{,}95}{4/100}}\right) m/s^2 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha_{cm} = 1 m/s^2}}$$

Για την κίνηση του κυλίνδρου, αφού $\upsilon_{\alpha\rho\chi} = 0$, θα έχουμε:

$$S = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot S}{\alpha_{cm}}} \Rightarrow t = 2sec$$

Επομένως για τη ταχύτητά του θα ισχύει:

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} \cdot t \Rightarrow \underline{\underline{\upsilon_{cm} = 2m/s}}$$

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Τα σημερινά θέματα Φυσικής Προσανατολισμού καλύπτουν ευρύ φάσμα της εξεταστέας ύλης και αντιμετωπίζονται στο χρονικό διάστημα του τριώρου.

Τα θεωρητικά θέματα Α και Β απαιτούν από τους υποψηφίους προσεκτική ανάγνωση, πολύ καλή γνώση της θεωρίας και των ασκήσεων του σχολικού βιβλίου, δυνατότητα αναπαραγωγής, αλλά και συνδυαστική σκέψη.

Το πρόβλημα Γ περιέγραφε ένα κλασικό μηχανικό σύστημα και η επίλυση του απαιτούσε καλή γνώση και εμπειρία σε τέτοιου τύπου ασκήσεις.

Στο πρόβλημα Δ οι υποψήφιοι ήρθαν αντιμέτωποι με μια πολύ μεγάλη εκφώνηση και ένα αρκετά σύνθετο σχήμα. Η επίλυση του θέματος απαιτούσε καλή κατανόηση και αποκωδικοποίηση της εκφώνησης, ώστε ψύχραιμα να αντιμετωπιστούν τα επιμέρους ερωτήματα εφαρμόζοντας τις αντίστοιχες μεθοδολογίες.

Επομένως, τα σημερινά θέματα είναι εκτεταμένα, ποιοτικά, διατυπωμένα με σαφήνεια και σίγουρα πιο απαιτητικά από τα αντίστοιχα των δύο προηγούμενων ετών.