

Τρίτη, 07 Ιουνίου 2005  
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ  
ΦΥΣΙΚΗ

**ΘΕΜΑ 1ο**

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις 1-4 και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Η αρχή της επαλληλίας των κυμάτων:
- α. παραβιάζεται μόνον όταν τα κύματα είναι τόσο ισχυρά, ώστε οι δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια του μέσου, δεν είναι ανάλογες των απομακρύνσεων.
  - β. δεν παραβιάζεται ποτέ.
  - γ. ισχύει μόνον όταν τα κύματα που συμβάλλουν, προέρχονται από πηγές που βρίσκονται σε φάση.
  - δ. δεν ισχύει, όταν συμβάλλουν περισσότερα από δύο κύματα.

**Μονάδες 5**

2. Μια κρούση λέγεται πλάγια όταν:
- α. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ορμής.
  - β. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ενέργειας.
  - γ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν τυχαία διεύθυνση.
  - δ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση είναι παράλληλες.

**Μονάδες 5**

3. Η μετάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στις οπτικές ίνες στηρίζεται στο φαινόμενο:
- α. της συμβολής.
  - β. της διάθλασης.
  - γ. της περίθλασης.
  - δ. της ολικής ανάκλασης.

**Μονάδες 5**

4. Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης  $F = -bv$ , με  $b = \text{σταθερό}$ , το πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση (για  $\Lambda > 0$ ):
- α.  $A = A_0 - bt$ .

β.  $A = A_0 e^{\Lambda t}$ .

γ.  $A = A_0 e^{-\Lambda t}$ .

δ.  $A = \frac{A_0}{\Lambda t}$ .

Μονάδες 5

Στην παρακάτω ερώτηση 5 να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό** για τη σωστή πρόταση και τη λέξη **Λάθος** για τη λανθασμένη.

5. α. Στην περίπτωση των ηλεκτρικών ταλαντώσεων κύριος λόγος απόσβεσης είναι η ωμική αντίσταση του κυκλώματος.  
 β. Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση ο ρυθμός μείωσης του πλάτους μειώνεται, όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης.  
 γ. Κατά το συντονισμό η ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα κατά το βέλτιστο τρόπο, γι' αυτό και το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο.  
 δ. Ένας αθλητής καταδύσεων, καθώς περιστρέφεται στον αέρα, συμπύσσει τα άκρα του. Με την τεχνική αυτή αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.  
 ε. Σε κάθε κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.

Μονάδες 5

## ΑΠΑΝΤΗΣΗ

1. → α  
 2. → γ  
 3. → δ  
 4. → γ  
 5. → α → (Σ)  
     β → (Λ)  
     γ → (Σ)  
     δ → (Σ)  
     ε → (Σ)

## ΘΕΜΑ 2ο

Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Δίνονται τα πιο κάτω ζεύγη εξισώσεων όπου  $E$  η ένταση ηλεκτρικού πεδίου και  $B$  η ένταση μαγνητικού πεδίου:  
 α.  $E = 75\eta\mu 2\pi(12 \cdot 10^{10} t - 4 \cdot 10^4 x)$

$$B = 25 \cdot 10^{-8} \eta\mu 2\pi(12 \cdot 10^{10} t - 4 \cdot 10^4 x) \text{ (SI)}$$

$$\beta. E = 300 \eta\mu 2\pi(6 \cdot 10^{10} t - 2 \cdot 10^2 x)$$

$$B = 100 \cdot 10^{-8} \eta\mu 2\pi(6 \cdot 10^{10} t - 2 \cdot 10^2 x) \text{ (SI)}$$

$$\gamma. E = 150 \eta\mu 2\pi(9 \cdot 10^{10} t - 3 \cdot 10^2 x)$$

$$B = 50 \cdot 10^{-8} \eta\mu 2\pi(9 \cdot 10^{10} t + 3 \cdot 10^2 x) \text{ (SI)}$$

Ποιο από τα παραπάνω ζεύγη περιγράφει ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό;

**Μονάδες 3**

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 6**

Δίνεται η ταχύτητα του φωτός στο κενό  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

## ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για να περιγράψουν οι δύο εξισώσεις έντασης ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου, ηλεκτρομαγνητικό κύμα, που διαδίδεται στο κενό, θα πρέπει να είναι της μορφής:

$$E(x, t) = E_{\max} \eta\mu \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right] \quad (A)$$

$$B(x, t) = B_{\max} \eta\mu \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

και να ικανοποιούνται οι συνθήκες:

$$c = \frac{E_{\max}}{B_{\max}} \quad (1) \text{ και την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής } c = \frac{\lambda_0}{T} \quad (2)$$

Παρατηρούμε ότι και στις τρεις επιλογές:

$$\frac{75}{25 \cdot 10^{-8}} = \frac{300}{100 \cdot 10^{-8}} = \frac{150}{50 \cdot 10^{-8}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/sec} = c$$

ικανοποιούν την συνθήκη (1).

Από την περίοδο και το μήκος κύματος σε κάθε περίπτωση έχουμε:

$$\alpha. \quad \frac{t}{T} = 12 \cdot 10^{10} t \Rightarrow T = \frac{1}{12} \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

$$\frac{x}{\lambda} = 4 \cdot 10^4 x \Rightarrow \lambda = \frac{1}{4} \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\text{Επομένως } \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{1}{4} \cdot 10^{-4}}{\frac{1}{12} \cdot 10^{-10}} = 3 \cdot 10^6 \text{ m/s} \neq c.$$

$$\beta. \quad \frac{t}{T} = 6 \cdot 10^{10} t \Rightarrow T = \frac{1}{6} \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

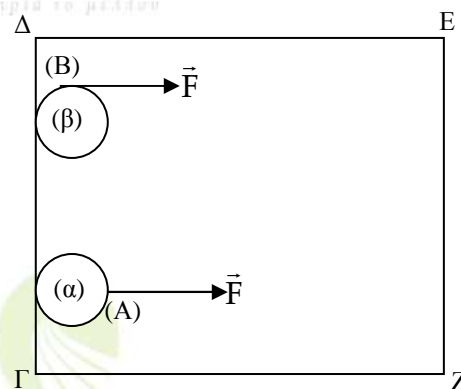
$$\frac{x}{\lambda} = 2 \cdot 10^2 x \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{Επομένως } \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 10^{-2}}{\frac{1}{6} \cdot 10^{-10}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = c.$$

γ. Το ζεύγος γ δεν ικανοποιεί την αρχική συνθήκη (Α).

Επομένως σωστό είναι το β.

2. Δύο ίδιοι οριζόντιοι κυκλικοί δίσκοι (α) και (β) μπορούν να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο ορθογώνιο τραπέζι ΓΔΕΖ χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Αρχικά οι δύο δίσκοι είναι ακίνητοι και τα κέντρα τους απέχουν ίδια απόσταση από την πλευρά ΕΖ. Ίδιες σταθερές δυνάμεις F με διεύθυνση παράλληλη προς τις πλευρές ΔΕ και ΓΖ ασκούνται σ' αυτούς. Στο δίσκο (α) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Α του δίσκου. Στο δίσκο (β) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Β του δίσκου.



Αν ο δίσκος (α) χρειάζεται χρόνο  $t_\alpha$  για να φτάσει στην απέναντι πλευρά ΕΖ, ενώ ο δίσκος (β) χρόνο  $t_\beta$ , τότε:

α.  $t_\alpha > t_\beta$

β.  $t_\alpha = t_\beta$

γ.  $t_\alpha < t_\beta$

**Μονάδες 4**

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 6**

## ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για τον δίσκο (α) ισχύει ότι:

$$\sum \vec{F}_1 = m_1 \vec{a}_1 \Rightarrow F = m_1 a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F}{m}$$

Για τον δίσκο (β) ισχύει ότι:

$$\sum \vec{F}_2 = m_2 \vec{a}_2 \Rightarrow F = m a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{F}{m} = a_1$$

Άρα τα δύο σώματα αποκτούν την ίδια επιτάχυνση. Άρα από την εξίσωση

$$S = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$$

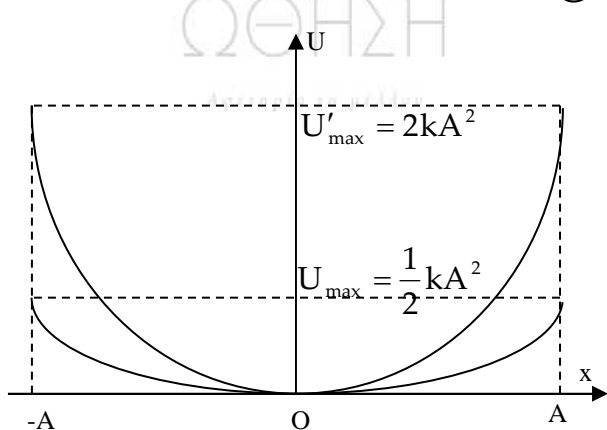
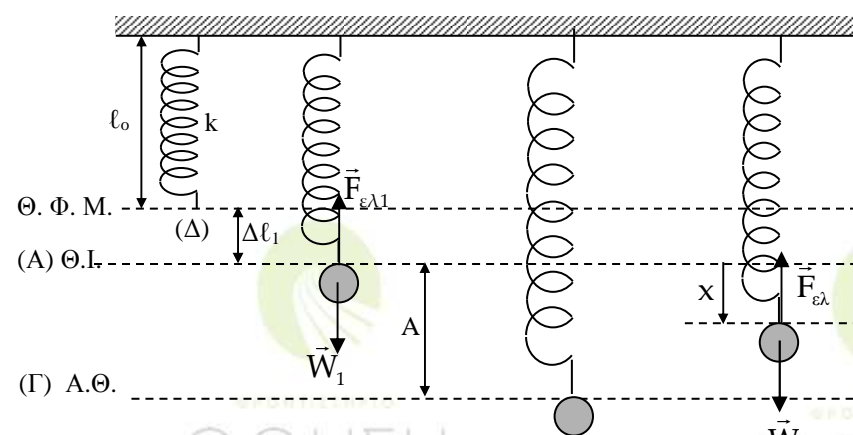
προκύπτει ότι θα χρειαστούν τον ίδιο χρόνο, αφού η μετατόπιση τους S θα είναι κοινή.

Επομένως σωστό είναι το β.

3. Σώμα μάζας  $M$  έχει προσδεθεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k$  του οποίου το άνω άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά απόσταση  $A$  από τη θέση ισορροπίας και το αφήνουμε ελεύθερο να κάνει ταλάντωση. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα και με ένα άλλο ελατήριο σταθεράς  $k' = 4k$ . Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των δυναμικών ενεργειών των δύο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση στο ίδιο διάγραμμα.

Μονάδες 6

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης στην τυχαία θέση της ταλάντωσης θα είναι:

$$U(x) = \frac{1}{2} D x^2$$

(α) Όταν  $D=k$  παίρνουμε:

$$U(x) = \frac{1}{2} k x^2 \quad (1) \text{ με } -A \leq x \leq +A$$

(β) Όταν  $D=k'=4k$

$$U(x) = \frac{1}{2} 4k \cdot x^2 = 2k x^2 \quad (2) \text{ με } -A \leq x \leq +A$$

Παρατηρούμε ότι:

$$U'_{\max} = 4U_{\max}$$

## ΘΕΜΑ 3ο

Κατά μήκος του άξονα  $X'X$  εκτείνεται ελαστική χορδή. Στη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου  $\Pi_1$  της χορδής περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_1 = A\eta\mu 30\pi t \quad (\text{SI})$$

ενώ η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου  $\Pi_2$  που βρίσκεται 6cm δεξιά του σημείου  $\Pi_1$ , περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_2 = A\eta\mu\left(30\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \quad (\text{SI})$$

Η απόσταση μεταξύ των σημείων  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  είναι μικρότερη από ένα μήκος κύματος.

α. Ποιά είναι η φορά διάδοσης του κύματος

**Μονάδες 3**

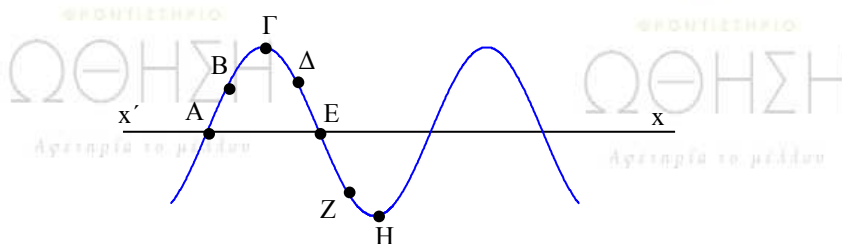
β. Ποια είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

**Μονάδες 6**

γ. Αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής, να υπολογίσετε το πλάτος του κύματος.

**Μονάδες 5**

δ. Στο σχήμα που ακολουθεί, απεικονίζεται ένα στιγμιότυπο του κύματος



Εκείνη τη στιγμή σε ποιά από τα σημεία A, B, Γ, Δ, E, Z και H η ταχύτητα ταλάντωσης είναι μηδενική και σε ποιά είναι μέγιστη (κατ' απόλυτη τιμή); Ποιά είναι η φορά ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων B, Δ και Z;

**Μονάδες 7**

ε. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που όταν συμβάλλει με το προηγούμενο, δημιουργεί στάσιμο κύμα.

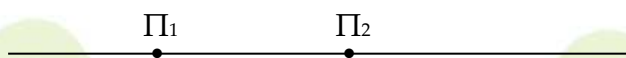
Δίνεται  $\pi=3,14$ .

**Μονάδες 4**

## ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α. Αφού το σημείο  $\Pi_2$  έχει φάση μεγαλύτερη από αυτήν του  $\Pi_1$  τότε ταλαντώνεται για περισσότερη ώρα απ' ότι το  $\Pi_2$ . Άρα το κύμα πηγαίνει από το  $\Pi_2 \rightarrow \Pi_1$ .

Η φορά διάδοσης είναι από τα δεξιά προς τα αριστερά, άρα η εξίσωση του κύματος είναι της μορφής:  $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$ .



β. Για τον προσδιορισμό της ταχύτητας διάδοσης έχουμε: στο σημείο Π<sub>2</sub> η εξίσωση ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση:  $y_2 = A\eta\mu\left(30\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow$

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(15t + \frac{1}{12}\right) \quad (x \rightarrow \text{cm}, t \rightarrow \text{sec}).$$

Η γενική μορφή της εξίσωσης του κύματος είναι:  $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$ .

$$\text{Άρα } 15t = \frac{t}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{15} \text{ sec}$$

$$\frac{x}{\lambda} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{6}{\lambda} = \frac{1}{12} \Rightarrow \lambda = 72 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 0,72 \text{ m}$$

$$c = \lambda f \Rightarrow c = 0,72 \cdot 15 \Rightarrow c = 10,8 \text{ m/s}$$

γ. Αφού η ταχύτητα διάδοσης είναι ίση με τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης, θα έχουμε:

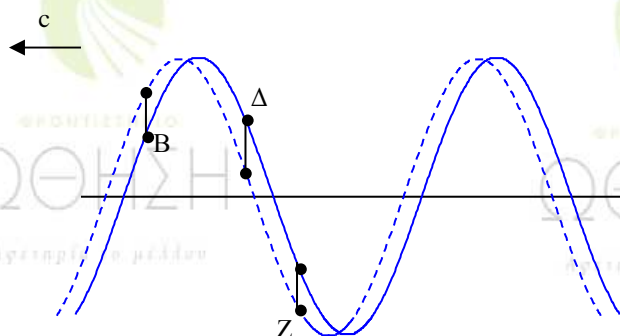
$$v_{\max} = c \Rightarrow \omega A = 10,8 \Rightarrow A = \frac{10,8}{\omega} \Rightarrow A = \frac{10,8}{30\pi} \text{ m} = \frac{0,36}{\pi} \text{ m} \Rightarrow A \approx 0,1146 \text{ m}$$

δ. Μηδενική ταχύτητα: τα σημεία Γ, Η

Μέγιστη ταχύτητα: τα σημεία Α, Ε

Η φορά της ταχύτητας του σημείου Β είναι προς τα πάνω ( $v_B > 0$ ), η φορά της ταχύτητας του σημείου Δ είναι προς τα κάτω ( $v_D < 0$ ), η φορά της ταχύτητας του σημείου Ζ είναι προς τα κάτω ( $v_Z < 0$ ).

Η φορά της ταχύτητας γίνεται αντιληπτή αν δούμε το στιγμιότυπο του κύματος μία χρονική στιγμή ελάχιστα αργότερα.



Όπου με διακεκομμένες γραμμές είναι το νέο στιγμιότυπο.

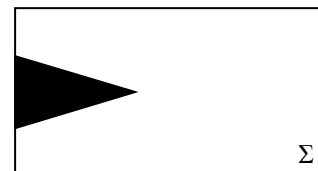
Παρατηρούμε ότι το σημείο Β βρίσκεται πιο πάνω ενώ τα σημεία Δ και Ζ πιο κάτω.

- ε. Η εξίσωση του κύματος που όταν συμβάλλει με το προηγούμενο κύμα δημιουργεί στάσιμο κύμα είναι της μορφής:

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = \frac{0,36}{\pi}\eta\mu 2\pi\left(15t - \frac{x}{72}\right) \quad (y \rightarrow m, t \rightarrow s, x \rightarrow \text{cm})$$

## ΘΕΜΑ 4ο

Έστω σώμα (Σ) μάζας  $M=1\text{kg}$  και κωνικό βλήμα (β) μάζας  $m=0,2\text{kg}$ . Για να σφηνώσουμε με τα χέρια μας ολόκληρο το βλήμα στο σταθερό σώμα (Σ), όπως φαίνεται στο σχήμα, πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια 100J.



Έστω τώρα ότι το σώμα (Σ) που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, πυροβολείται με το βλήμα (β). Το βλήμα αυτό κινούμενο οριζόντια με κινητική ενέργεια  $K$  προσκρούει στο σώμα (Σ) και ακολουθεί πλαστική κρούση.

- α. Για  $K=100\text{J}$  θα μπορούσε το βλήμα να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα (Σ);

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 7**

- β. Ποιά είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια  $K$  που πρέπει να έχει το βλήμα, ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα (Σ);

**Μονάδες 12**

- γ. Για ποιά τιμή του λόγου  $\frac{m}{M}$  το βλήμα με κινητική ενέργεια  $K=100\text{J}$  σφηνώνεται ολόκληρο στο (Σ);

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 6**

## ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Δίνονται:  $M=1\text{kg}$ ,  $m=0,2\text{kg}$ ,  $E_{\text{απολ.}(\min)} = \left| W_{F_{\text{αντ.}}(x=0 \rightarrow x=d)} \right| = 100\text{J}$ ,  $K=K_{\lambda.\pi}$

Ζητούνται: α) ; για  $K=100\text{J}$ , β)  $K_{\min}$ ; , γ)  $\frac{m}{M}$  ; αν  $K=100\text{J}$

- α. Σύμφωνα με την Αρχή Διατήρησης της Ορμής έχουμε:

$$\vec{p}_{\lambda.\pi.} = \vec{p}_{\alpha.\mu.} \Rightarrow m\vec{v} = (M+m)\vec{v}_K \Rightarrow \vec{v}_K = \frac{m}{m+M}\vec{v} \quad \text{ή}$$



$$i) \bar{v}_K \uparrow \uparrow \bar{v}, \text{ αφού } \frac{m}{m+M} > 0$$

$$ii) v_K = \frac{m}{m+M} v \quad (1), \text{ δηλαδή } v_K \neq 0$$

Σύμφωνα με την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας σε πλαστική κρούση ισχύει:

$$K_{\lambda.π.} = K_{\alpha.μ.} + E_{\alpha\pi\omega\lambda.} \Rightarrow E_{\alpha\pi\omega\lambda.} = K_{\lambda.π.} - K_{\alpha.μ.} = K - K_{\alpha.μ.} \Rightarrow E_{\alpha\pi\omega\lambda.} = 100J - K_{\alpha.μ.},$$

αλλά  $K_{\alpha.μ.} = \frac{1}{2}(M+m)v_K^2 \neq 0$ , οπότε:

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda.} < 100J = E_{\alpha\pi\omega\lambda.(\min)},$$

πράγμα που σημαίνει ότι το βλήμα δεν σφηνώνεται ολόκληρο.

β. Είναι:

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda.} = K_{\lambda.π.} - K_{\alpha.μ.} \Rightarrow E_{\alpha\pi\omega\lambda.} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(m+M)v_K^2 \quad (1)$$

$$\Rightarrow E_{\alpha\pi\omega\lambda.} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(m+M)\frac{m^2}{(m+M)^2}v^2 \Rightarrow$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda.} = \frac{1}{2}mv^2 \left(1 - \frac{m}{m+M}\right)$$

$$K_{\lambda.π.} = K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow E_{\alpha\pi\omega\lambda.} = \frac{M}{M+m} \cdot K \quad \text{ή} \quad \boxed{K = \frac{M+m}{M} E_{\alpha\pi\omega\lambda.}} \quad (2)$$

Από την σχέση (2) προκύπτει η  $K_{\min}$  για  $E_{\alpha\pi\omega\lambda.} = E_{\alpha\pi\omega\lambda.(\min)} = 100J$  δηλαδή:

$$K_{\min} = \frac{1,2\text{kg}}{1\text{kg}} \cdot 100J \Rightarrow \underline{\underline{K_{\min} = 120J}}$$

γ. Η εξίσωση (2) δίνει:

$$K = \left(1 + \frac{m}{M}\right) \cdot E_{\alpha\pi\omega\lambda.} \quad \text{ή}$$

$$\frac{m}{M} + 1 = \frac{K}{E_{\alpha\pi\omega\lambda.}} \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{K}{E_{\alpha\pi\omega\lambda.}} - 1 \quad \begin{matrix} E_{\alpha\pi\omega\lambda.} = E_{\alpha\pi\omega\lambda.(\min)} = 100J \\ \Rightarrow \\ K = 100J \end{matrix} \quad \frac{m}{M} = \frac{100J}{100J} - 1 \Rightarrow \frac{m}{M} = 1 - 1 \Rightarrow \underline{\underline{\frac{m}{M} = 0}},$$

αλλά  $m \neq 0$ , άρα πρέπει  $M \gg m$ .

## ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Τα σημερινά θέματα Φυσικής κατεύθυνσης χαρακτηρίζονται από ιδιαίτερα αυξημένη δυσκολία τόσο στα θεωρητικά θέματα όσο και στα προβλήματα.

Τα θεωρητικά θέματα απαιτούσαν λεπτομερειακή γνώση της θεωρίας του σχολικού βιβλίου με αυξημένη δυσκολία στο 2<sup>ο</sup> θέμα.

Το τελευταίο θέμα είναι αρκετά δύσκολο και ειδικά το ερώτημα γ δημιουργεί ανασφάλεια στους υποψηφίους λόγω του αποτελέσματος.

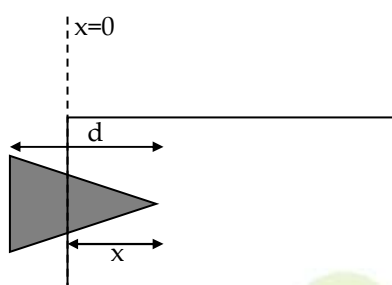
Κατά συνέπεια οι βαθμολογικές διακρίσεις θα είναι σημαντικές και οι υψηλές βαθμολογίες ίσως δύσκολα θα επιτευχθούν.

ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΤΡΟΠΟΣ ΛΥΣΗΣ ΤΟΥ 4<sup>ου</sup> ΘΕΜΑΤΟΣ

Δυσκολία το μέλλον

Δυσκολία το μέλλον

Γενικά



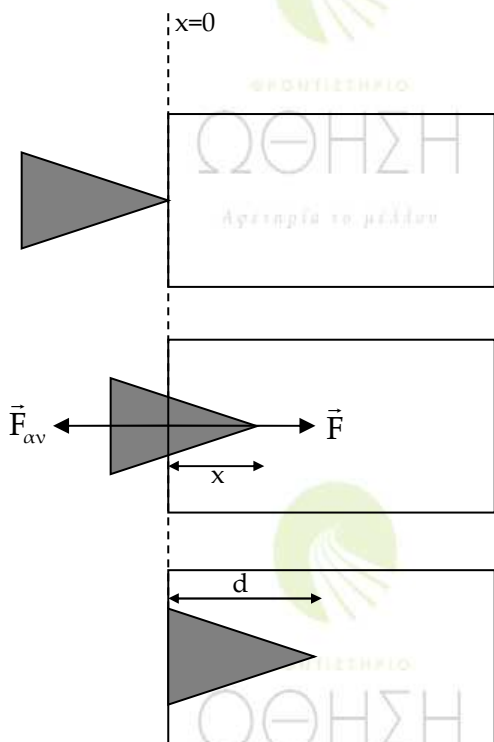
Έστω:  $d$  το ύψος της σφήνας και  $x$  η ανεξάρτητη μεταβλητή που μας δείχνει πόσο έχει εισχωρήσει η κορυφή της σφήνας στο σώμα  $\Sigma$  δηλαδή την σχετική μετατόπισή της ως προς το σώμα.

Είναι φανερό από το σχήμα ότι:

$0 \leq x < d$  (1) Η σφήνα δεν έχει εισχωρήσει ολόκληρη στο σώμα ( $\Sigma$ ).

$x \geq d$  (2) Η σφήνα έχει εισχωρήσει ολόκληρη στο σώμα ( $\Sigma$ ). Άρα η ισότητα  $x=d$  καλύπτει την οριακή περίπτωση που μόλις η σφήνα έχει εισχωρήσει στο σώμα  $\Sigma$ .

I. Το σώμα Σ είναι σταθερό.



Όταν το σώμα Σ είναι σταθερό στην σφήνα που εισχωρεί κινούμενη με σταθερή και αμελητέα ταχύτητα ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

i) Η δύναμη  $\vec{F}$  από τα χέρια μας μέσω του έργου της οποίας της προσφέρω ενέργεια  $E = W_{\vec{F}}$ .

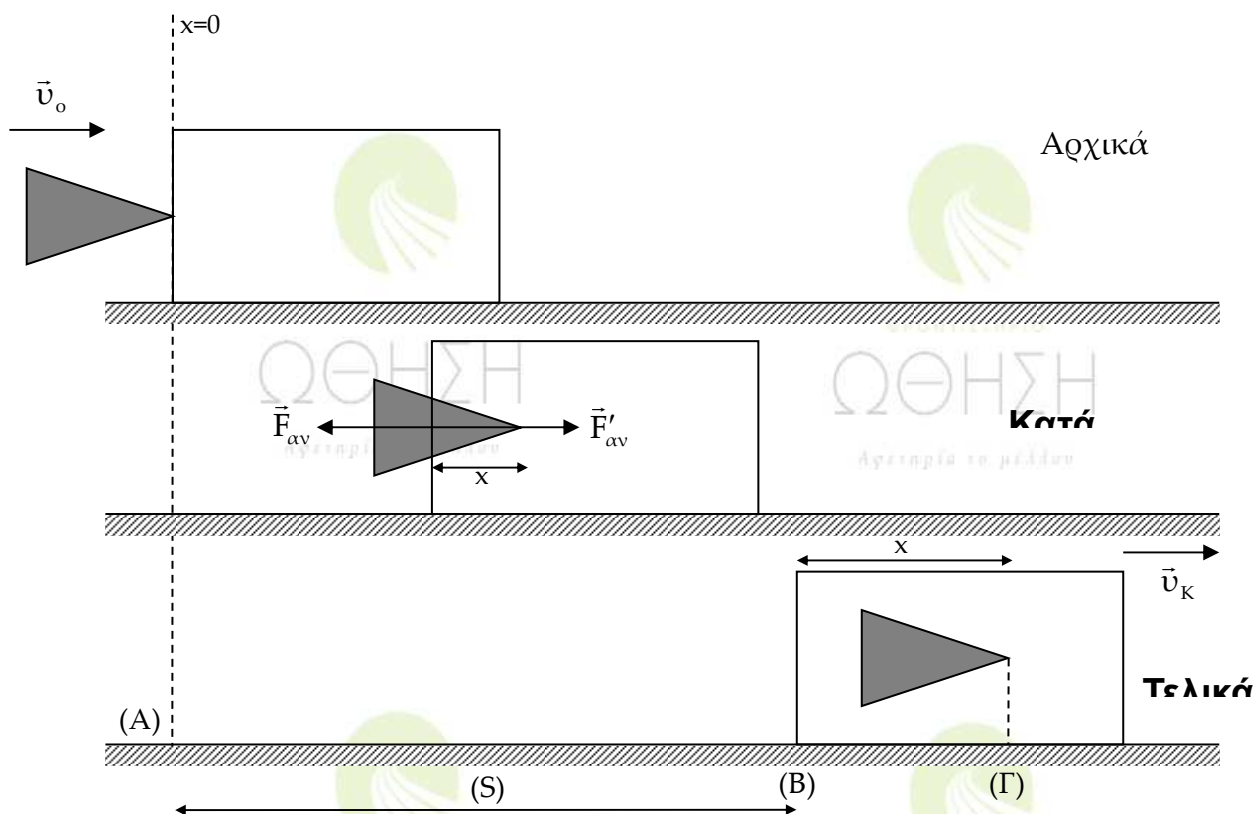
ii) Η  $\vec{F}_{av}$  από το σώμα Σ που αντιτίθεται στην διείσδυση της σφήνας.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την σφήνα από την κατάσταση που αρχίζει να εισέρχεται στο σώμα ( $x=0$ ) μέχρι την κατάσταση που έχει εισέλθει στο σώμα ( $x \geq d$ ) έχουμε:

$$\Delta K = \Sigma W_{\vec{F}} \Rightarrow K_T - K_{\alpha} = W_{\vec{F}} + W_{\vec{F}_{av}} \Rightarrow 0 = W_{\vec{F}} - |W_{\vec{F}_{av}}| \Rightarrow W_{\vec{F}} = |W_{\vec{F}_{av}}| \Rightarrow E = |W_{\vec{F}_{av}}|$$

Είναι φανερό ότι η ελάχιστη ενέργεια καταβάλλεται όταν η σφήνα μόλις εισέρχεται στο σώμα ( $x=d$ ).

Άρα  $E_{\min} = |W_{\vec{F}_{av}}|_{(0-d)} \quad (1).$



II. Το σώμα  $\Sigma$  είναι αρχικά ακίνητο στο λείο οριζόντιο επίπεδο.

$\vec{F}_{av}$ : η δύναμη που ασκεί στην σφήνα το σώμα  $\Sigma$  κατά την διεύθυνση της κίνησής της.

$\vec{F}'_{av}$ : η δύναμη που ασκεί η σφήνα στο σώμα  $\Sigma$  εξ' αιτίας της οποίας το σώμα  $\Sigma$  αρχίζει να κινείται επιταχυνόμενο στο λείο οριζόντιο επίπεδο.

Οι προηγούμενες δυνάμεις είναι δράση αντίδραση άρα κατά μέτρο ίσες οπότε:

$$|\vec{F}_{av}| = |\vec{F}'_{av}| = F_{av}.$$

Είναι φανερό ότι η σχετική κίνηση της σφήνας ως προς το σώμα  $\Sigma$  σταματά όταν τόσο η σφήνα όσο και το κιβώτιο αποκτήσουν ως προς τον ακίνητο παρατηρητή την ίδια ταχύτητα  $\bar{u}_k$ .

Έστω ότι τότε και ως προς τον ίδιο παρατηρητή το σώμα θα έχει μετατοπιστεί κατά  $S$  ενώ η σφήνα κατά  $S+x$ .

Ενώ για να ολοκληρωθεί η διείσδυση θα πρέπει  $x \geq d$ .

Στην προηγούμενη μετακίνηση κατά  $S$  του σημείου εφαρμογής της η  $F'_{av}$  παράγει έργο.

$$W_{\vec{F}'_{av}(A \rightarrow B)} = |W_{F_{av}(A \rightarrow B)}|$$

ενώ η  $\vec{F}_{av}$  που μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά  $S+x$  παράγει έργο.

$$W_{\vec{F}_{av}(A \rightarrow \Gamma)} = W_{\vec{F}_{av}(A \rightarrow B)} + W_{\vec{F}_{av}(B \rightarrow \Gamma)} = -|W_{\vec{F}_{av}(A \rightarrow B)}| - |W_{\vec{F}_{av}(O \rightarrow x)}|$$

Προσθέτοντας τις δύο προηγούμενες σχέσεις έχουμε:

$$W_{\vec{F}'_{av}(A \rightarrow B)} + W_{\vec{F}_{av}(A \rightarrow \Gamma)} = |W_{\vec{F}_{av}(A \rightarrow B)}| - |W_{\vec{F}_{av}(A \rightarrow B)}| - |W_{\vec{F}_{av}(O \rightarrow x)}| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{\vec{F}'_{av}(A \rightarrow B)} + W_{\vec{F}_{av}(A \rightarrow \Gamma)} = -|W_{\vec{F}_{av}(O \rightarrow x)}| \quad (2)$$

Στην συνέχεια αν εφαρμόσουμε το Θ.Μ.Κ.Ε τόσο για την σφήνα όσο και για το σώμα από την στιγμή που έρχονται σε επαφή μέχρι να αποκτήσουν κοινή ταχύτητα έχουμε αντίστοιχα:

ΣΦΗΝΑ:  $\Delta K_{A \rightarrow \Gamma} = W_{\vec{F}_{av}(A \rightarrow \Gamma)} \Rightarrow K_{(\Gamma)} - K_{(A)} = W_{\vec{F}_{av}(A \rightarrow \Gamma)} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_K^2 - \frac{1}{2} m v_o^2 = W_{\vec{F}_{av}(A \rightarrow \Gamma)} \quad (3)$$

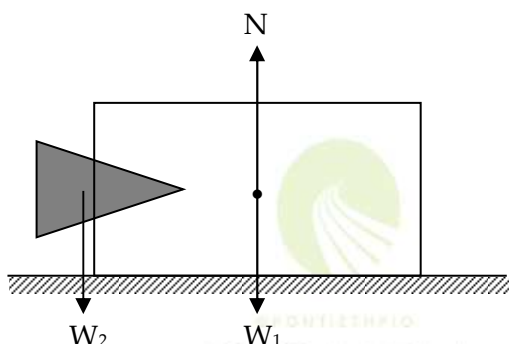
ΣΩΜΑ:  $\Delta K_{(A \rightarrow B)} = W_{\vec{F}'_{av}(A \rightarrow B)} \Rightarrow K_{(B)} - K_{(A)} = W_{\vec{F}'_{av}(A \rightarrow B)} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} M v_K^2 = W_{\vec{F}'_{av}(A \rightarrow B)} \quad (4)$$

Προσθέτοντας επομένως τις σχέσεις 3,4 έχουμε:

$$\frac{1}{2} (m + M) v_K^2 - \frac{1}{2} m v_o^2 = W_{\vec{F}_{av}(A \rightarrow \Gamma)} + W_{\vec{F}'_{av}(A \rightarrow B)} \stackrel{(2)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} (m + M) v_K^2 - \frac{1}{2} m v_o^2 = -|W_{\vec{F}_{av}(O \rightarrow x)}| \Rightarrow |W_{\vec{F}_{av}(O \rightarrow x)}| = \frac{1}{2} m v_o^2 - \frac{1}{2} (m + M) v_K^2 \quad (5)$$



Όμως στο σύστημα σφήνα – σώμα οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται είναι:

i) Το ολικό βάρος του συστήματος  $W_{ολ} = (m + M)g$  απ' το πεδίο βαρύτητας της γης.

ii) Η δύναμη επαφής  $\vec{N}$  που ασκεί το λείο οριζόντιο επίπεδο στο σώμα Σ.

Επειδή το σύστημα δεν κινείται κατακόρυφα:

$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow \vec{N} + \vec{W}_{ολ} = \vec{0} \Rightarrow \sum \vec{F}_{εξ} = \vec{0}$  άρα το σύστημα είναι μονωμένο οπότε ισχύει γι' αυτό η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{p}_{\text{συστ(αρχ)}} = \vec{p}_{\text{συστ(τελ)}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p} \Rightarrow \vec{p}_1 = \vec{p}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{p}_1 \downarrow \downarrow \vec{p} \Rightarrow \vec{v}_o \downarrow \downarrow \vec{v}_K \end{array} \right.$$

$$|\vec{p}_1| = |\vec{p}| \Rightarrow mv_o = (m+M)v_K \Rightarrow v_K = \frac{mv_o}{(m+M)} \quad (6)$$

Άρα από την (5) λόγω της (6) έχουμε:

$$\left| W_{\vec{F}_{\text{av}(O \rightarrow x)}} \right| = \frac{1}{2}mv_o^2 - \frac{1}{2}(m+M)\frac{m^2v_o^2}{(m+M)^2} \Rightarrow \left| W_{\vec{F}_{\text{av}(O \rightarrow x)}} \right| = \frac{1}{2}mv_o^2 \left( 1 - \frac{m}{m+M} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| W_{\vec{F}_{\text{av}(O \rightarrow x)}} \right| = K \frac{m+M-m}{m+M} \Rightarrow \left| W_{\vec{F}_{\text{av}(O \rightarrow x)}} \right| = \frac{M}{m+M} \cdot K$$

όπου  $K$  η κινητική ενέργεια της σφήνας πριν την κρούση.

Ακόμα για να εισχωρήσει η σφήνα ολόκληρη στο σώμα πρέπει:

$$x \geq d \Rightarrow \left| W_{\vec{F}_{\text{av}(0 \rightarrow x)}} \right| \geq \left| W_{\vec{F}_{\text{av}(0 \rightarrow d)}} \right| \Rightarrow \boxed{\frac{M}{m+M} K \geq E_{\min}} \quad (7)$$

α) Αν  $M=5m$ ,  $K=100J$  και  $E_{\min}=100J$  από την (7) έχουμε:

$$\frac{5m}{6m} \cdot 100 \geq 100 \Rightarrow \frac{500}{6} \geq 100 \Rightarrow 500 \geq 600$$

Άτοπο, άρα η σφήνα δεν εισχωρεί ολόκληρη στο σώμα  $\Sigma$ .

β) Αν  $M=5m$  και  $E_{\min}=100J$  από την (7) έχουμε:

$$\frac{5m}{6m} \cdot 100 \geq 100 \Rightarrow K \geq \frac{600}{5} J \Rightarrow K \geq 120J \Rightarrow K_{\min} = 120J$$

γ) Αν  $K=100J$

$E_{\min}$ : Θεωρώ ότι στο συγκεκριμένο σημείο εστιάζεται το πρόβλημα της άσκησης.

Αλήθεια ποιος μας εγγυάται ότι τα υλικά από τα οποία είναι κατασκευασμένα η σφήνα και το σώμα παραμένουν τα ίδια, όπως και η γεωμετρία των σχημάτων τους, ώστε να μπορώ να θεωρήσω ότι και σ' αυτή την περίπτωση ισχύει  $E_{\min}=100J$ ;

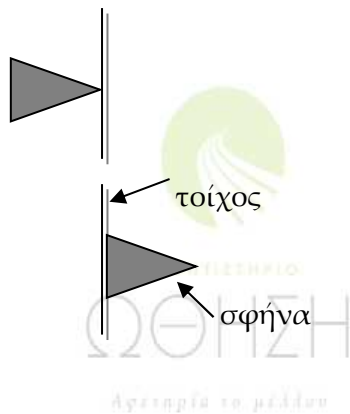
Άρα αποτελεί παράλειψη της εκφώνησης να μην διευκρινίσει ότι σ' όλες τις περιπτώσεις η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για να εισέλθει οριζικά η σφήνα στο σώμα παραμένει η ίδια.

Αν επομένως θεωρήσω ότι  $E_{\min}=100\text{J}$ , τότε από την (7) προκύπτει:

$$\frac{M}{m+M} 100 \geq 100 \Rightarrow \frac{M}{m+M} \geq 1 \Rightarrow M \geq M+m \Rightarrow 0 \geq m \Rightarrow m=0$$

Άρα ο λόγος  $\frac{m}{M}$  είναι:  $\frac{m}{M}=0$ .

Αυτό από φυσική άποψη σημαίνει ότι η μάζα της σφήνας είναι πολύ μικρότερη από τη μάζα του σώματος  $m \ll M$ . Όπως για παράδειγμα η σφήνα να σφηνώνεται σε μία ανένδοτη επιφάνεια (τοίχος).



## Όταν ο σχολαστικισμός και η ασάφεια παράγουν μέρες του '93...

Τότε ο βαθμός δυσκολίας των θεμάτων ήταν τέτοιος που μόλις και μετά βίας το 10% των υποψηφίων είχε γράψει πάνω από τη βάση. Τώρα δυστυχώς συνέβη κάτι ανάλογο...! Είναι Τετάρτη μεσημέρι, μια μέρα ύστερα από το περιβόητο πια διαγώνισμα στη φυσική της Γ' Λυκείου. Όλες αυτές τις ώρες από χθες το μεσημέρι έχω νοιώσει τη χαρά και την απογοήτευση των μαθητών μου, την αγωνία των γονιών τους για το σε ποιο ύψος θα κινηθούν οι βάσεις - μόνιμη νεοελληνική αγωνία αλλά δεν είναι του παρόντος να τη θίξουμε -, την πανικοβλημένη αντίδραση συναδέλφων που τηλεφωνούσαν για να «τσεκάρουν» τα αποτελέσματα, την πρωτόγνωρη εμπειρία να περιμένεις το παιδί σου να επιστρέψει από ένα διαγώνισμα που έχεις σαφέστατη άποψη για τη δυσκολία του και τέλος τον καταγιισμό των μέσων μαζικής ενημέρωσης αναφορικά με τη «σφαγή» στη φυσική. Χθες το βράδυ οφείλω να ομολογήσω ότι από την ένταση της ημέρας κοιμήθηκα ελάχιστα. Όλη τη νύχτα ένα ερώτημα στροβίλιζε στο μυαλό μου: «να γράψω την άποψή μου για τα χθεσινά θέματα ή να σιωπήσω;»

Βλέπετε η ιδιότητα του φροντιστή, μπορεί να περιποιεί στον υποφαινόμενο ιδιαίτερη τιμή, αλλά σε καθιστά ευάλωτο στους διαμορφωτές της κοινής γνώμης, όχι φυσικά για τις θέσεις σου, αλλά για την ιδιότητά σου. Και τελικά για ποιόν να μιλήσω;

Για τους γονείς των υποψηφίων που αμελούν την ουσία της εξέτασης και παρακολουθούν μονάχα το βαρόμετρο των βάσεων όπως το διαμορφώνουν στις μεταξύ τους συζητήσεις; Για τους «έντρομους» συναδέλφους μου που τρέχουν στις εφημερίδες και στα κανάλια αφενός ενισχύοντας το διαμορφωμένο κλίμα της «σφαγής» και αφετέρου μεταθέτοντας τις όποιες ευθύνες μας αναλογούν στις «εύκολες», αυτή τη στιγμή, πλάτες της επιτροπής θεμάτων;

Τελικά, οι μοναδικοί για τους οποίους θεωρώ ότι αξίζει να μιλήσω είναι όλα αυτοί οι **υποψήφιοι** που μου εμπιστεύτηκαν την πορεία τους προς το Πανεπιστήμιο στα 21 χρόνια της επαγγελματικής μου σταδιοδρομίας, η πλειονότητα των οποίων άντεξε σε γενικές γραμμές στην πίεση των θεμάτων.

Θα ξεκινήσω το σχολιασμό των θεμάτων εξηγώντας αρχικά ποια κατά τη γνώμη μου πρέπει να είναι τα χαρακτηριστικά σ' ένα διαγώνισμα φυσικής που κρίνει την εισαγωγή ή όχι στην τριτοβάθμια εκπαίδευση.

Θα πρέπει:

**i) Να εξετάζει την ικανότητα του μαθητή να κάνει ανάκληση πληροφοριών από τη θεωρία.**

Σε μια εποχή που οι πληροφορίες μας κατακλύζουν αδιάκοπα η διύλιση των ζητούμενων πληροφοριών είναι από μόνη της σαφέστατα μια πολύ δύσκολη διαδικασία, αν αυτός που εξετάζει δεν έχει ξεκάθαρα ζητούμενα και τέτοια κατά τη γνώμη μου είναι:

α) Η κατανόηση από το μαθητή των φαινομένων που έχει διδαχθεί και των νόμων που τα διέπουν.



β) Η συγκριτική μελέτη φαινομένων και νόμων.

γ) Η ικανότητα του μαθητή να ερμηνεύει τις μαθηματικές εκφράσεις των νόμων και να βγάξει διάφορα ποσοτικά συμπεράσματα.

Θεωρώ ότι τα παραπάνω πρέπει να εξετάζονται με τις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής, σωστού - λάθους του πρώτου θέματος.

Ας δούμε τώρα αν το χθεσινό πρώτο θέμα ικανοποίησε τα προηγούμενα ζητούμενα.

Θεωρώ τουλάχιστον ατυχείς τις ερωτήσεις 1 και 3, αφού η μεν πρώτη έψαχνε να βρει την ειδική περίπτωση που δεν ισχύει μια από τις βασικότερες αρχές της φυσικής, η αρχή της επαλληλίας, η δε δεύτερη επιβράβευε το μαθητή που αποστηθίζει και τις λεζάντες των φωτογραφιών.

Αλήθεια, κατά την επιτροπή, ποιο θα πρέπει να είναι το ζητούμενο; Να μάθει ο μαθητής να εφαρμόζει την αρχή της επαλληλίας και να χειρίζεται θέματα που αφορούν την ολική ανάκλαση ή ν' αποστηθίζει το βιβλίο μέχρι φωτογραφίας;

Είναι περιεργό επιφανείς φυσικοί, όπως είναι τα μέλη της επιτροπής, να καταφεύγουν σε τέτοιου είδους «τεχνάσματα» για να παράξουν διαβάθμιση. Είμαι σίγουρος ότι μια ενδελεχής μελέτη του σχολικού βιβλίου θα τους έδινε αυτή τη δυνατότητα. Δυστυχώς, μετατοπίζουν ξανά τους μαθητές από την κατανόηση στην αποστήθιση.

**ii) Να εξετάζει την κρίση, την αυτενέργεια και την ικανότητα σύνθεσης του μαθητή, ουσιαστικά, δηλαδή, την ικανότητα να διωρίζει και να εφαρμόζει όλα όσα έχει μελετήσει ως θεωρία.**

Η προηγούμενη ικανότητα εξετάζεται με τις ερωτήσεις κρίσεως που αποτελούν το 2<sup>ο</sup> θέμα. Θεωρώ ότι η επιτροπή στο θέμα αυτό πέτυχε με δύο απλές ερωτήσεις (2.1, 2.3) να διαφοροποιήσει τους μέτριους από τους καλούς. Με το δεύτερο ερώτημα, ωστόσο, έδωσε τη δυνατότητα να διαφοροποιηθούν οι άριστοι από τους πολύ καλούς μαθητές.

Για να δώσω το στίγμα μου, θεωρώ το δεύτερο ερώτημα ως ένα από τα πιο έξυπνα ερωτήματα που έχω δει τόσα χρόνια σε εξετάσεις. Όμως δεν μπορώ να μην αναφέρω το «κωμικό» της ιστορίας. Στο πρώτο θέμα να ψάχνουμε πότε κάτι δεν ισχύει και στο δεύτερο να ζητάμε την εφαρμογή από το μαθητή της «μητρώας» αρχής σε μια αντικειμενικά δύσκολη για την εμπειρία του περίπτωση. Ας είναι!

**iii) Να ελέγχει την ικανότητα του μαθητή στο να κατανοεί το φαινόμενο που περιγράφεται, να κάνει ανάκληση των μαθηματικών εκφράσεων, των νόμων και των εξισώσεων που το διέπουν, να τις εφαρμόζει σωστά και να απαντά στα ερωτήματα που τίθενται έχοντας την ικανότητα, αν του ζητηθεί, να τα ερμηνεύσει και φυσικά.**

Όλα όσα προανέφερα ελέγχονται με τις ασκήσεις που καλείται ο μαθητής να επιλύσει. (Θέματα 3<sup>ο</sup>, 4<sup>ο</sup>)

Αναφορικά με την άσκηση που αποτέλεσε το τρίτο θέμα μόνο θετικά μπορώ να μιλήσω. Κρίνω ενδιαφέρουσα την άποψη της επιτροπής να αιφνιδιάσει τον εξεταζόμενο με ένα κύμα που διαδίδεται κατά την αρνητική φορά του άξονα ώστε να μπορέσει να ελέγξει την ικανότητά του να λειτουργεί στην αναγνώριση στοιχείων που αφορούν το κύμα όχι μιμητικά αλλά ως αποτέλεσμα βαθιάς γνώσης.

Και ας έρθουμε τώρα στην άσκηση που αποτέλεσε το επίμαχο θέμα 4<sup>ο</sup>.

Αρχικά, ως απομυθοποιήσουμε τα πράγματα αναφέροντας ότι αποτελεί παραλλαγή μιας κοινότυπης άσκησης από την εποχή των δεσμών. Υπάρχει σε τουλάχιστον δέκα ασκησιολόγια σε πιο ενδιαφέρουσες διατυπώσεις και πουθενά η εκφώνησή της δεν αποτελεί πρόβλημα.

Στη συγκεκριμένη όμως εκφώνηση είναι σαφέστατο κατά την άποψη του γράφοντος, ότι υπάρχουν ορατά προβλήματα και αυτά θα αναφέρω στη συνέχεια.

- 1° Η περιγραφή στερεί από το φαινόμενο την ομορφιά του που, κατά την άποψή μου, εστιάζεται στη σχετική κίνηση της σφήνας ως προς το σώμα μέχρι να αποκτήσουν κοινή ταχύτητα ως προς τον ακίνητο παρατηρητή.
- 2° Δε διευκρινίζεται, με οποιονδήποτε τρόπο θα ήθελε η επιτροπή, ότι η απαιτούμενη ενέργεια για να εισέλθει οριακά η σφήνα στο σώμα είναι σε όλες τις περιπτώσεις η ίδια. Αλήθεια ένας «ψαγμένος» μαθητής γιατί να θεωρήσει «κομπογιαννίτικα» ότι η ενέργεια αυτή είναι 100 J όταν αλλάζουν τα σώματα χωρίς να διευκρινίζεται ότι είναι κατασκευασμένα από τα αρχικά υλικά και ότι διατηρούν τα ίδια γεωμετρικά σχήματα;
- 3° Με τη διατύπωση που προκρίθηκε δίνεται η δυνατότητα σ' ένα μαθητή που απλά «αφουγκράστηκε» το φαινόμενο χωρίς να το κατανοήσει, χρησιμοποιώντας τα 100J λόγω ανυπαρξίας άλλης επιλογής, να απαντήσει σωστά.
- 4° Παρουσιάζει έκδηλα την αγωνία να καταλήξουμε στο λόγο  $\frac{m}{M} = 0$  ώστε να

ζητήσει από το μαθητή να τον ερμηνεύσει φυσικά.

Σαφέστατα δε διαφωνώ με την επιλογή της επιτροπής να εξετάσει τη συγκεκριμένη φυσική ερμηνεία. Διαφωνώ, όμως, κάθετα με το να αποτελεί αυτοσκοπό της διατύπωσης η συγκεκριμένη επιλογή, αμελώντας την ουσία που ήταν, κατά τη γνώμη μου, η άμεση ή έμμεση πληροφόρηση του εξεταζομένου για το τι συμβαίνει με την ελάχιστη ενέργεια σ' αυτή την περίπτωση.

Είναι φανερό από τα προηγούμενα ότι η χθεσινή επιτροπή ατύχησε στη διατύπωση το 4<sup>ο</sup> θέματος και στην επιλογή των ερωτήσεων 1.1 και 1.3.

Αιωρούμενη ανάμεσα στο σχολαστικισμό και την ασάφεια και χωρίς ξεκάθαρη στόχευση ως προς την επίτευξη της βαθμολογικής διαβάθμισης, δημιούργησε θέματα που «άνοιξαν τις θύρες», δίνοντας τη δυνατότητα σε δίκαιους και άδικους να φωνάζουν για «τη σφαγή» στη φυσική.

**Ειλικρινά λυπάμαι!**

Αλήθεια πώς θα αισθανθούν τα μέλη της επιτροπής αν βαθμολογήσουν το γραπτό μαθητή μου που έλυσε το 4<sup>ο</sup> θέμα με τον τρόπο που θίγω παραπάνω ως δεύτερο τρόπο; Πώς θα βαθμολογήσουν το γραπτό ενός μαθητή που δεν κατόρθωσε να απαντήσει στο γ' ερώτημα του 4<sup>ο</sup> θέματος, γιατί, για τους λόγους που αναφέρω παραπάνω, δεν μπόρεσε να ανιχνεύσει ότι θα έπρεπε να χρησιμοποιήσει τα 100J;

Τελειώνοντας θα ήθελα να ευχηθώ να αργήσει η χρονιά που θα βρεθούμε ξανά στην ίδια κατάσταση μαθητές, διδάσκοντες και εξετάζοντες.

Γ. Αποστολάκης  
Φυσικός

Διευθυντής του φροντιστηρίου ΩΘΗΣΗ