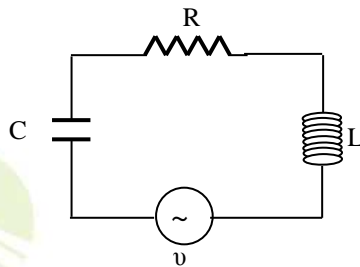


Τρίτη, 01 Ιουνίου 2006  
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ  
ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις 1-4 και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Στο κύκλωμα των εξαναγκασμένων ηλεκτρικών ταλαντώσεων του σχήματος



- το πλάτος  $I$  της έντασης του ρεύματος είναι ανεξάρτητο της συχνότητας της εναλλασσόμενης τάσης.
- η συχνότητα της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος είναι πάντοτε ίση με την ιδιοσυχνότητά του.
- η ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος είναι ανεξάρτητη της χωρητικότητας  $C$  του πυκνωτή.
- όταν η συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος, έχουμε μεταφορά ενέργειας στο κύκλωμα κατά το βέλτιστο τρόπο.

Μονάδες 5

2. Μονοχρωματική ακτίνα φωτός προσπίπτει πλάγια στη διαχωριστική επιφάνεια δύο οπτικών μέσων 1 και 2. Οι δείκτες διάθλασης στα μέσα 1 και 2 είναι αντίστοιχα  $n_1$  και  $n_2$  με  $n_1 < n_2$ . Αν η μονοχρωματική ακτίνα ανακλάται ολικά
- υπάρχει διαθλώμενη ακτίνα.
  - η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.
  - η γωνία πρόσπτωσης είναι μικρότερη από την κρίσιμη γωνία ανάκλασης.
  - η ταχύτητα διάδοσής της μεταβάλλεται.

Μονάδες 5

3. Σε ένα στάσιμο κύμα όλα τα μόρια του ελαστικού μέσου στο οποίο δημιουργείται
- έχουν ίδιες κατά μέτρο μέγιστες ταχύτητες.
  - έχουν ίσα πλάτη ταλάντωσης.
  - διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας.
  - έχουν την ίδια φάση.

Μονάδες 5

4. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με το ίδιο πλάτος  $A$  και συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους.
- το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης είναι  $2A$ .
  - όλα τα σημεία ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος.
  - ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι 
$$T = \frac{1}{f_1 + f_2}.$$
  - ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι 
$$T = \frac{1}{2|f_1 - f_2|}.$$

Μονάδες 5

Στην παρακάτω ερώτηση 5 να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό** για τη σωστή πρόταση και τη λέξη **Λάθος** για τη λανθασμένη.

5.
  - Το φαινόμενο Doppler χρησιμοποιείται από τους γιατρούς, για να παρακολουθούν τη ροή του αίματος.
  - Στις ανελαστικές κρούσεις δεν διατηρείται η ορμή.
  - Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, η συνεισφορά κάθε κύματος στην απομάκρυνση κάποιου σημείου του μέσου εξαρτάται από την ύπαρξη του άλλου κύματος.
  - Όταν μονοχρωματικό φως διέρχεται από ένα μέσο σε κάποιο άλλο με δείκτες διάθλασης  $n_1 \neq n_2$ , το μήκος κύματος της ακτινοβολίας είναι το ίδιο στα δύο μέσα.
  - Η σταθερά απόσβεσης  $b$  σε μία φθίνουσα ταλάντωση εξαρτάται και από τις ιδιότητες του μέσου.

Μονάδες 5

## ΑΠΑΝΤΗΣΗ

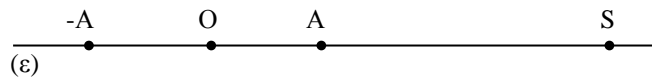
- (δ)
- (β)
- (γ)
- (α)

5. → α. → Σωστό  
 β. → Λάθος  
 γ. → Λάθος  
 δ. → Λάθος  
 ε. → Σωστό

## ΘΕΜΑ 2ο

Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Σε σημείο ευθείας  $\epsilon$  βρίσκεται ακίνητη ηχητική πηγή  $S$  που εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας. Πάνω στην ίδια ευθεία  $\epsilon$  παρατηρητής κινείται εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής θα είναι μέγιστη, όταν αυτός βρίσκεται

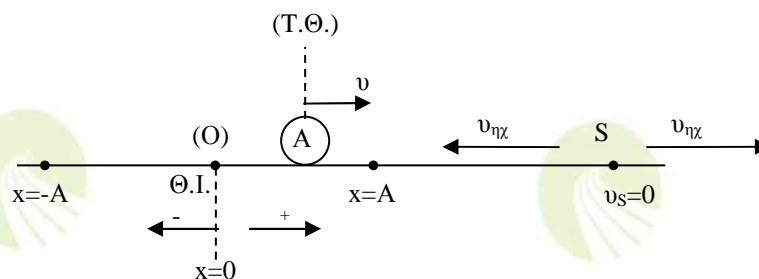
- α. στη θέση ισορροπίας  $O$  της ταλάντωσης του κινούμενος προς την πηγή.  
 β. σε τυχαία θέση της ταλάντωσης του απομακρυνόμενος από την πηγή.  
 γ. σε μία από τις ακραίες θέσεις της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

## ΑΠΑΝΤΗΣΗ



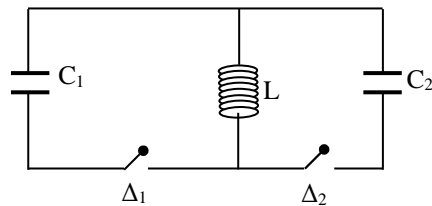
Σε τυχαία θέση της Α.Α.Τ. του παρατηρητή, με ταχύτητα  $\upsilon$  προς την πηγή, η συχνότητα  $f_A$  του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι:

$$f_A = f_s \frac{v_{\eta\chi} + v}{v_{\eta\chi}} \quad \text{ή} \quad f_A = f_s \left( 1 + \frac{v}{v_{\eta\chi}} \right) \quad (1)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (1) για να είναι  $f_A = f_{A(\max)}$  θα πρέπει  $v = +v_{\max} = +\omega \cdot A$ . Συνεπώς ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται ήχο μέγιστης συχνότητας όταν διέρχεται από τη θέση ισοροπίας  $O$  της ταλάντωσής του κινούμενος προς την πηγή.

**Επομένως σωστό είναι το α.**

2. Στο ιδανικό κύκλωμα LC του σχήματος έχουμε αρχικά τους διακόπτες  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  ανοικτούς.



Ο πυκνωτής χωρητικότητας  $C_1$  έχει φορτιστεί μέσω πηγής συνεχούς τάσης με φορτίο  $Q_1$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  ο διακόπτης  $\Delta_1$  κλείνει, οπότε στο κύκλωμα  $LC_1$  έχουμε αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{5T}{4}$ , όπου  $T$  η περίοδος της ταλάντωσης του κυκλώματος  $LC_1$ , ο διακόπτης  $\Delta_1$  ανοίγει και ταυτόχρονα κλείνει ο  $\Delta_2$ . Το μέγιστο φορτίο  $Q_2$  που θα αποκτήσει ο πυκνωτής χωρητικότητας  $C_2$ , όπου  $C_2 = 4C_1$ , κατά τη διάρκεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος  $LC_2$  θα είναι ίσο με

- α.  $Q_1$ .
- β.  $\frac{Q_1}{2}$ .
- γ.  $2Q_1$ .

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

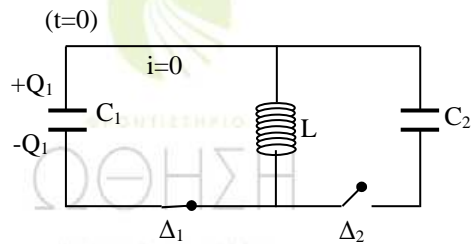
Μονάδες 4

**ΑΠΑΝΤΗΣΗ**

Για το κύκλωμα  $LC_1$  έχουμε την  $t=0$ :  $\begin{cases} q = +Q \\ i = 0 \end{cases}$ ,

οπότε προκύπτει ότι

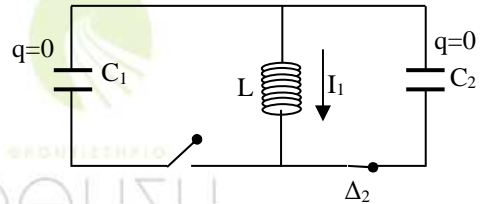
$$q = Q_1 \sin(\omega_1 t) \Rightarrow q = Q_1 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} \frac{5T_1}{4}\right) \Rightarrow$$



$$\Rightarrow q = Q_1 \sin\left(\frac{5\pi}{2}\right) \Rightarrow q = Q_1 \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow q = 0,$$

$$\text{οπότε αντίστοιχα είναι } i = -I_1 \eta \mu \omega_1 t \stackrel{(t=\frac{5T_1}{4})}{\Rightarrow} i = -I_1 \eta \mu\left(2\pi + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow i = -I_1.$$

Όταν ανοίξει ο διακόπτης  $\Delta_1$  και κλείσει ο διακόπτης  $\Delta_2$  έχουμε  $q=0$  και  $|i|=I_1$  για την ηλεκτρική ταλάντωση του κυκλώματος  $LC_2$ . Δηλαδή η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος και στα δύο κυκλώματα  $LC$  είναι η ίδια. Επομένως:



$$I_1 = I_2 \Rightarrow \omega_1 Q_1 = \omega_2 Q_2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{LC_1}} Q_1 = \frac{1}{\sqrt{LC_2}} Q_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{\sqrt{LC_1}} = \frac{Q_2}{\sqrt{LC_2}} \Rightarrow$$

$$\frac{Q_1}{\sqrt{LC_1}} = \frac{Q_2}{\sqrt{L4C_1}} \Rightarrow \frac{Q_1}{\sqrt{LC_1}} = \frac{Q_2}{2\sqrt{LC_1}} \Rightarrow \underline{\underline{Q_2 = 2Q_1}}.$$

Σημείωση:

Μια δεύτερη προσέγγιση μπορεί να γίνει με τη βοήθεια της Α.Δ.Ε. για την ηλεκτρική ταλάντωση. Έτσι, αφού την  $t_1 = \frac{5T}{4}$  η ένταση του ρεύματος είναι μέγιστη κατά απόλυτη τιμή ισχύει  $U_B = U_B^{\max} = E_{\text{ολ}} = U_E^{\max}$ . Άρα ισχύει:

$$E_{\text{ολ}(1)} = E_{\text{ολ}(2)} \quad \text{ή} \quad U_{E(1)}^{\max} = U_{E(2)}^{\max} \quad \text{ή} \quad \frac{Q_1^2}{2C_1} = \frac{Q_2^2}{2C_2} \quad \text{ή} \quad \frac{Q_1^2}{2C_1} = \frac{Q_2^2}{2 \cdot 4 \cdot C_1} \quad \text{ή}$$

$$Q_2^2 = 4Q_1^2 \quad \text{ή} \quad \underline{\underline{Q_2 = 2Q_1}}.$$

Επομένως σωστό είναι το γ.

3. Κατά μήκος ευθείας  $x'x$  βρίσκονται στις θέσεις  $K$  και  $\Lambda$  δύο σημειακές πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  παραγωγής μηχανικών αρμονικών κυμάτων. Η εξίσωση που περιγράφει τις απομακρύνσεις τους από τη θέση ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι  $y=A\eta\mu\omega t$ .

Η απόσταση  $(K\Lambda)$  είναι  $6\text{cm}$ . Το μήκος κύματος των παραγόμενων κυμάτων είναι  $4\text{cm}$ . Στο σημείο  $\Sigma$  της ευθείας  $x'x$ , το οποίο δεν ανήκει στο ευθύγραμμο τμήμα  $K\Lambda$  και δεν βρίσκεται κοντά στις πηγές, το πλάτος ταλάντωσης του  $A'$  θα είναι

α.  $A'=2A$ .

β.  $A'=0$ .

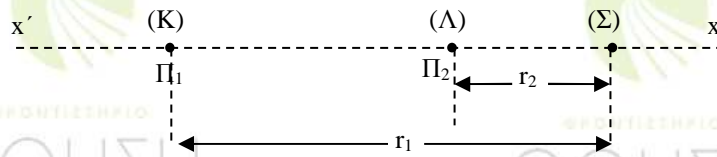
γ.  $0 < A' < 2A$ .

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

## ΑΠΑΝΤΗΣΗ



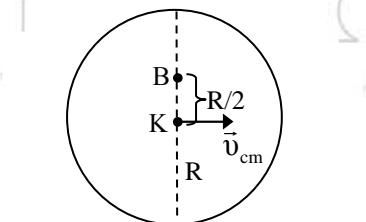
Για το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Σ έχουμε:

$$A' = 2A \left| \sin \pi \frac{(r_1 - r_2)}{\lambda} \right| = 2A \left| \sin \frac{\pi(K\Lambda)}{\lambda} \right| = 2A \left| \sin \frac{\pi(6\text{cm})}{(4\text{cm})} \right| = 2A \left| \sin \frac{3\pi}{2} \right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{A' = 0}}$$

Επομένως σωστό είναι το β.

4. Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα  $R$  κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του  $K$  είναι  $v_{cm}$ . Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση  $B$  της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση  $R/2$  από το  $K$  θα είναι



- α)  $\frac{3}{2} v_{cm}$  .  
 β)  $\frac{2}{3} v_{cm}$  .  
 γ)  $\frac{5}{2} v_{cm}$  .

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

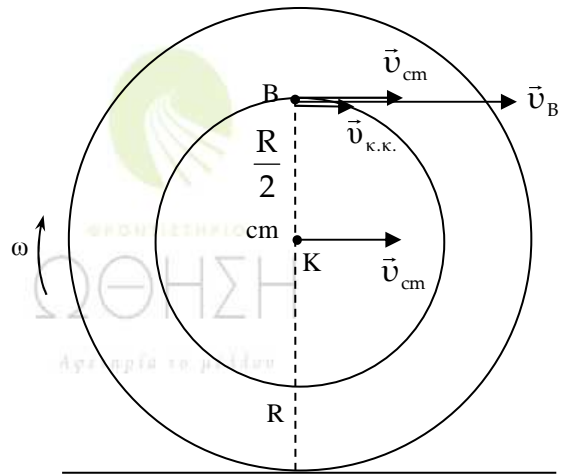
Μονάδες 5

## ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Το σημείο στη θέση Β έχει ταχύτητα  $\vec{v}_{cm}$  λόγω μεταφορικής κίνησης του στερεού και ταχύτητα  $\vec{v}_{κ.κ.}$  κυκλικής κίνησης εξαιτίας της περιστροφικής κίνησης του στερεού με κατευθύνσεις που φαίνονται στο σχήμα. Για την ταχύτητα  $\vec{v}_B$  της σύνθετης κίνησης του σημείου στη θέση Β ισχύει:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{κ.κ.} \quad (\vec{v}_{cm} \uparrow \vec{v}_{κ.κ.}) \Rightarrow$$

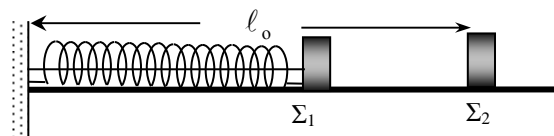
$$\Rightarrow v_B = v_{cm} + v_{κ.κ.} \quad \begin{matrix} (v_{κ.κ.} = \omega \frac{R}{2} = \frac{v_{cm}}{2}) \\ (v_{cm} = \omega R) \end{matrix} \Rightarrow v_B = \frac{3v_{cm}}{2}.$$



Επομένως σωστό είναι το α.

## ΘΕΜΑ 3ο

Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , αμελητέων διαστάσεων, με μάζες  $m_1=1\text{Kg}$  και  $m_2=3\text{Kg}$  αντιστοίχα είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα  $\Sigma_1$  είναι δεμένο στη μία άκρη οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=100\text{N/m}$ . Η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένη. Το ελατήριο με την βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά  $0,2\text{ m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το  $\Sigma_2$  ισορροπεί στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος  $\ell_0$  του ελατηρίου.



Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα  $\Sigma_1$  κινούμενο προς τα δεξιά συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$ . Θεωρώντας ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά κίνησης την προς τα δεξιά, να υπολογίσετε

α) την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$  λίγο πριν την κρούση του με το σώμα  $\Sigma_2$ .

**Μονάδες 6**

β) τις ταχύτητες των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , αμέσως μετά την κρούση.

**Μονάδες 6**

γ) την απομάκρυνση του σώματος  $\Sigma_1$ , μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο.

**Μονάδες 6**

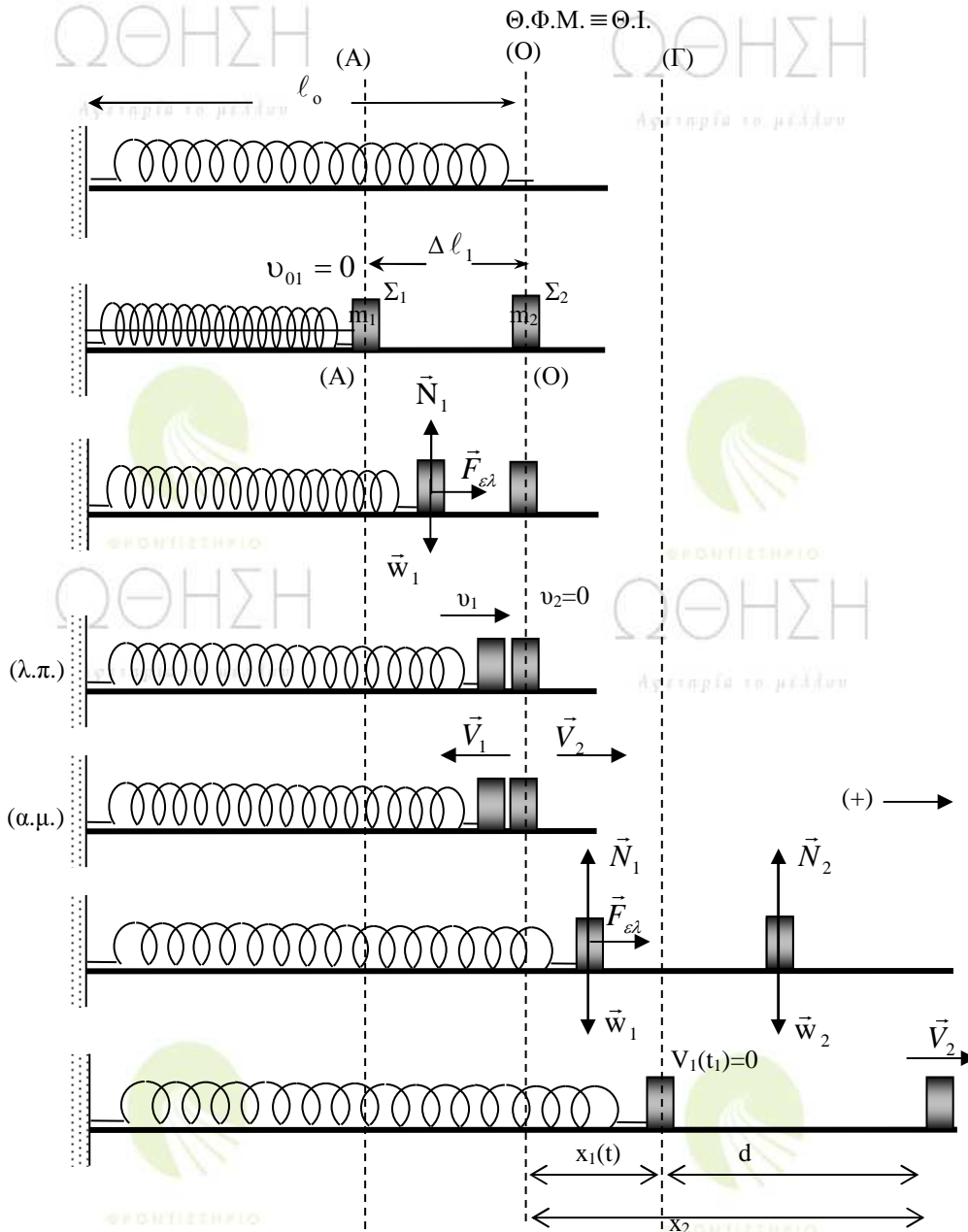
δ) την απόσταση μεταξύ των σωμάτων Σ<sub>1</sub> και Σ<sub>2</sub> όταν το σώμα Σ<sub>1</sub> ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά.

Μονάδες 7

Δεχθείτε την κίνηση του σώματος Σ<sub>1</sub> τόσο πριν, όσο και μετά την κρούση ως απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς k.

Δίνετε π=3,14.

**ΑΠΑΝΤΗΣΗ**



α) Με εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του Σ<sub>1</sub> μεταξύ Α και Ο παίρνουμε:

$$K_{τελ(O_{λ.π.})} - K_{αρχ(A)} = W_{\vec{w}_1} + W_{\vec{N}_1} + W_{\vec{F}_{ελ}} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 - 0 = 0 + 0 + \frac{1}{2} k \Delta \ell_1^2 - 0 \Rightarrow$$



$$\Rightarrow v_1 = \Delta \ell_1 \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Rightarrow v_1 = 0,2 \sqrt{\frac{100}{1}} \text{ m/s} \Rightarrow v_1 = 2 \text{ m/s}$$

β) Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. και Θ.Δ.Μ.Ε. κατά το χρονικό διάστημα που διαρκεί η ελαστική κρούση και επειδή  $v_2=0$  θα ισχύουν:

$$V_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{m_1 - 3m_1}{m_1 + 3m_1} v_1 \Rightarrow V_1 = -\frac{v_1}{2} = -1 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2m_1}{m_1 + 3m_1} v_1 \Rightarrow V_2 = \frac{v_1}{2} = 1 \text{ m/s}$$

γ) Η γωνιακή συχνότητα και η περίοδος της ταλάντωσής του  $\Sigma_1$  είναι

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{100}{1}} \text{ r/s} \Rightarrow \omega = 10 \text{ r/s} \quad \text{και} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

Την  $t_0=0$  έχουμε :

$$\left. \begin{array}{l} x(t_0) = 0 \Leftrightarrow \Theta.I. \Leftrightarrow v(t_0) = \pm v_{\max} \\ \text{αλλά } v(t_0) = V_1 = -1 \text{ m/s} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} v(t_0) = -v_{\max} \\ v_{\max} = 1 \text{ m/s} \end{array} \right\}$$

Επομένως ισχύει  $v_{\max} = \omega A \Leftrightarrow A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{1}{10} \text{ m} \Rightarrow A = 0,1 \text{ m}$ .

Αφού το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί Α.Α.Τ. η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο θα δίνεται από τη σχέση:

$$V_1(t) = v_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (A)$$

Για  $t_0 = 0$  που  $v(t_0) = -v_{\max} \xrightarrow{(A)} -v_{\max} = v_{\max} \sin \varphi_0 \Leftrightarrow \sin \varphi_0 = -1 \xrightarrow{(0 \leq \varphi_0 < 2\pi)} \varphi_0 = \pi \text{ rad}$ .

Επομένως η απομάκρυνση του  $\Sigma_1$  σε συνάρτηση με το χρόνο είναι

$$x(t) = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow x(t) = 0,1 \eta \mu(10t + \pi) \quad (S.I.)$$

δ) Από την (A) για τις χρονικές στιγμές που μηδενίζεται η ταχύτητα θα έχουμε:

$$v(t_i) = v_{\max} \sin(\omega t_i + \varphi_0) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin(\omega t_i + \varphi_0) = 0 \Rightarrow \sin(10t_i + \pi) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\sin(10t_i) = 0 \Rightarrow \sin(10t_i) = 0 \Rightarrow 10t_i = (2K + 1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_i = (2\kappa + 1) \frac{\pi}{20} \text{ (sec)}, \text{ με } \kappa = 0, 1, 2, \dots$$

Για 2<sup>η</sup> φορά είναι  $\kappa=1$ . Άρα  $t_1 = \frac{3\pi}{20} \text{ s}$  ή  $0,471 \text{ s}$ .

Το σώμα  $\Sigma_2$  εκτελεί Ε.Ο.Κ. (αφού  $\Sigma \vec{F}_2 = \vec{N}_2 + \vec{W}_2 = \vec{0}$ ) με ταχύτητα  $V_2 = 1 \text{ m/s}$ , οπότε

σε χρόνο  $t_1$  έχει διατρέξει απόσταση:  $x_2 = V_2 t_1 = 1 \frac{3\pi}{20} \Rightarrow x_2 = \frac{3\pi}{20} \text{ m}$ .

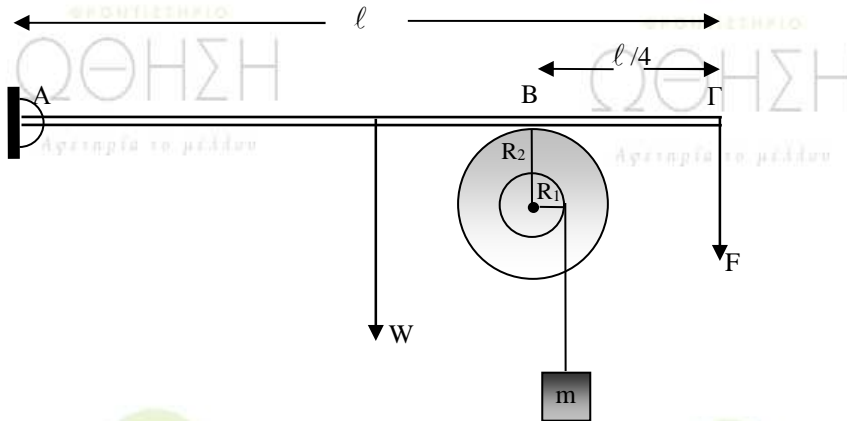
Αντίστοιχα η  $m_1$  βρίσκεται στη θέση  $x_1(t_1) = 0,1 \eta \mu(10 \frac{3\pi}{20} + \pi) = +0,1 \text{ m}$ .

Άρα η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων θα είναι:

$$d = x_2 - x_1(t_1) = (\frac{3\pi}{20} - 0,1) \text{ m} = \frac{3\pi - 2}{20} \text{ m} \Rightarrow d = 0,371 \text{ m}$$

**ΘΕΜΑ 4ο**

Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος  $\ell$  και μάζα  $M=3\text{Kg}$  έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο Γ ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη  $\vec{F}$  μέτρου  $9\text{N}$ , με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες  $R_1=0,1\text{m}$  και  $R_2=0,2\text{m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι  $\frac{\ell}{4}$ . Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς άξονα περιστροφής είναι  $I=0,09\text{Kg}\cdot\text{m}^2$ . Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας  $R_1$  είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας  $m=1\text{Kg}$ .

α) Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο Β από το στερεό.

**Μονάδες 6**

β) Αν το σώμα μάζας  $m$  ισορροπεί, να βρείτε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού.

**Μονάδες 6**

γ) Στο σημείο Β μεταξύ ράβδου και στερεού ρίχνουμε ελάχιστη ποσότητα λιπαντικής ουσίας έτσι, ώστε να μηδενιστεί η τριβή χωρίς να επιφέρει μεταβολή στη ροπή αδράνειας του στερεού. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m$ , όταν θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους  $0,5\text{m}$ . Να θεωρήσετε ότι το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στον εσωτερικό κύλινδρο.

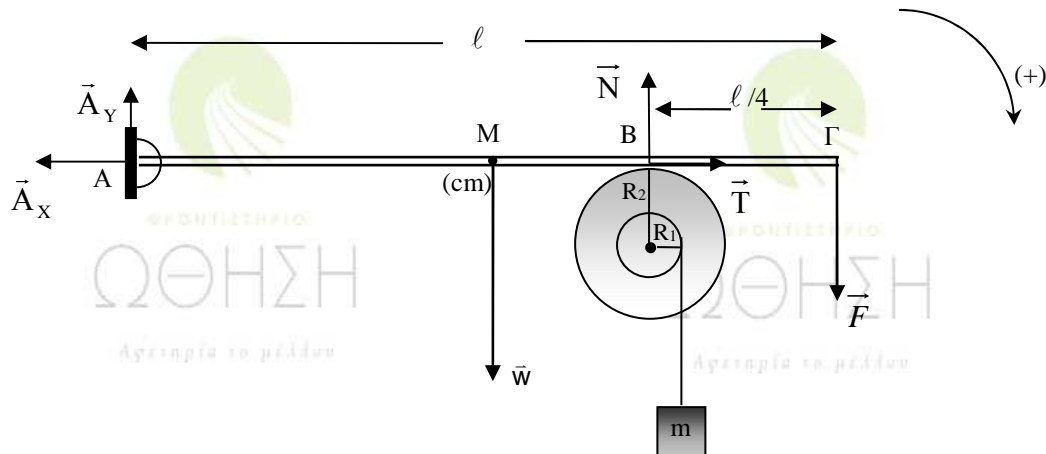
**Μονάδες 6**

δ) Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους  $0,5\text{m}$ .

**Μονάδες 7**

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

## ΑΠΑΝΤΗΣΗ



α) Οι δυνάμεις στη ράβδο είναι:

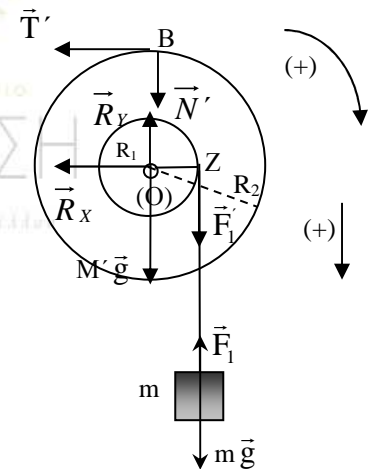
- από την άρθρωση στο A οι  $\vec{A}_x, \vec{A}_y$
- στο μέσον της M το βάρος της  $\vec{w}$
- στο B η δύναμη  $\vec{N}$  από το στερεό και η στατική τριβή  $\vec{T}$
- η κατακόρυφη δύναμη  $\vec{F}$  στο άκρο της Γ

Επειδή η ράβδος ισορροπεί θα ισχύει:

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow \tau_w + \tau_F + \tau_N = 0 \Rightarrow W \cdot \frac{\ell}{2} + F \cdot \ell - N \cdot \frac{3L}{4} = 0 \Rightarrow \boxed{N=32N}$$

β) Οι δυνάμεις στο στερεό είναι:

- στο σταθερό άξονα οι  $\vec{R}_x, \vec{R}_y$  και το βάρος του  $M' \vec{g}$
- στο B η στατική τριβή  $\vec{T}'$  ( $\vec{T}' = -\vec{T}$ ) και η  $\vec{N}'$  ( $\vec{N}' = -\vec{N}$ ) από τη ράβδο
- στο Z η  $\vec{F}_1$  από το νήμα.

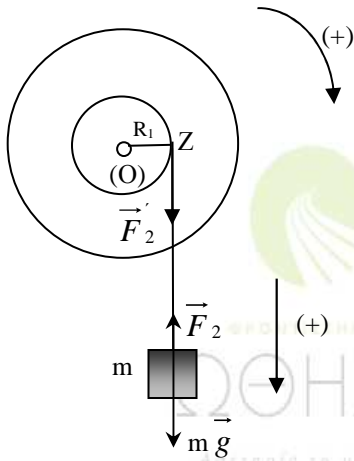


Επειδή το σώμα μάζας m ισορροπεί:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow mg - F_1 = 0 \Rightarrow mg = F_1 \Rightarrow F_1 = mg = 10N$$

Από την ισορροπία του στερεού:

$$\Sigma \tau_{(O)} = 0 \Rightarrow \tau_{F_1} + \tau_{T'} = 0 \Rightarrow F_1 R_1 - T' R_2 = 0 \Rightarrow T' = \frac{F_1 \cdot R_1}{R_2} \Rightarrow \boxed{T' = 5N}$$



γ) Όταν το σώμα μάζας  $m$  αρχίζει και κινείται επιταχυνόμενο προς τα κάτω θα ισχύουν:

$$\text{Για το } m: \Sigma F = ma \Rightarrow mg - F_2 = ma \Rightarrow F_2 = mg - ma \quad (1)$$

$$\text{Για το στερεό: } \Sigma \tau_{(O)} = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow F_2' \cdot R_1 = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (2)$$

Επειδή είναι αβαρές το νήμα  $F_2 = F_2'$  και επειδή κάθε σημείο του νήματος θα έχει την ίδια επιτάχυνση ισχύει

$$\alpha = \alpha_{(A)} \Rightarrow \alpha = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R_1,$$

άρα από την (2) έχουμε

$$\begin{aligned} F_2 \cdot R_1 &= I \cdot \frac{a}{R_1} \Rightarrow mg \cdot R_1 - ma R_1 = I \cdot \frac{a}{R_1} \Rightarrow a(mR_1 + \frac{I}{R_1}) = mgR_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow a = \frac{mgR_1}{mR_1 + \frac{I}{R_1}} \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

Το σώμα μάζας  $m$  εκτελεί Ε.Ο.Επιταχ. Κιν. με  $v_0 = 0$ , άρα

$$\left. \begin{aligned} v &= at \\ h &= \frac{1}{2} at^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = \sqrt{2ah} \Rightarrow \boxed{v=1 \text{ m/s}}$$

δ) Ο ρυθμός παραγωγής έργου στο στερεό είναι

$$\frac{dW_{\Sigma\tau}}{dt} = \frac{\Sigma\tau \cdot d\theta}{dt} = \Sigma\tau \cdot \omega = F_2' R \omega = F_2 (\omega R) = F_2 v$$

από την (1) όμως προκύπτει  $F_2 = m(g - a) \Rightarrow F_2 = 9 \text{ N}$ .

Άρα τελικά  $\boxed{\frac{dW_{\Sigma\tau}}{dt} = 9 \text{ J/s}}$ .

## ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Τα σημερινά θέματα καλύπτουν μεγάλο μέρος της εξεταστέας ύλης, είναι σαφή και ικανά να παρέχουν την απαραίτητη διαβάθμιση μεταξύ των υποψηφίων. Για την επίτευξη υψηλής βαθμολογίας από τους υποψηφίους χρειαζόταν, κατά την εξέταση, ιδιαίτερα προσεκτική προσέγγιση των θεμάτων γιατί αυτά είναι συνδυαστικά και ιδιαίτερος απαιτητικά. Εκτιμούμε ότι υψηλές βαθμολογίες θα επιτευχθούν από πολύ καλά προετοιμασμένους υποψηφίους που δούλεψαν μεθοδικά και αποφασιστικά κατά τη διάρκεια της προετοιμασίας τους.