

**Πέμπτη, 05 Ιουνίου 2003**

**ΘΕΤΙΚΗ και ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΦΥΣΙΚΗ**

**ΘΕΜΑ 1**

*Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις 1 - 4 και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

1. Αν η εξίσωση ενός αρμονικού κύματος είναι

$$y = 10\eta\mu(6\pi t - 2\pi x) \text{ στο S.I.,}$$

τότε η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με:

α. 10m/s

β. 6m/s

γ. 2m/s

δ. 3m/s.

Μονάδες 5

**Απάντηση**

$$\text{Έχουμε } y = 10\eta\mu(6\pi t - 2\pi x) = 10\eta\mu 2\pi(3t - x), \text{ όμως γενικά } y = A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right),$$

συνεπώς  $T = \frac{1}{3}$  s και  $\lambda = 1$  m. Είναι  $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = 3$  Hz και επειδή  $c = \lambda f \Rightarrow c = 3$  Hz · 1 m  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow [c = 3 \text{ m/s}]$$

Αρα σωστό το (δ).

2. Δύο όμοιες πηγές κυμάτων Α και Β στην επιφάνεια μιας ήρεμης λίμνης βρίσκονται σε φάση και παραγουν υδάτινα αρμονικά κύματα. Η καθεμιά παράγει κύμα (πρακτικά) αμείωτου πλάτους 10cm και μήκους κύματος 2m. Ένα σημείο Γ στην επιφάνεια της λίμνης απέχει από την πηγή Α απόσταση 6m και από την πηγή Β απόσταση 2m. Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Γ είναι :

α. 0cm      β. 10cm

γ. 20cm

δ. 40cm .

Μονάδες 5

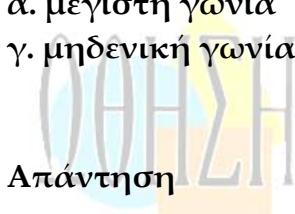
**Απάντηση**

Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου (Γ) εξαιτίας του κύματος συμβολής είναι:

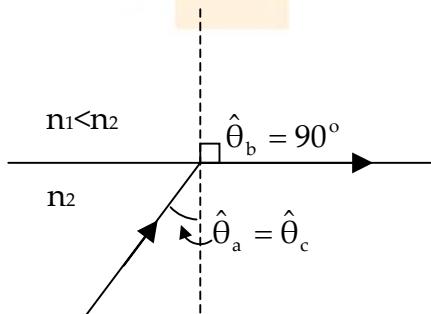
$$A' = 2A \left| \sin \pi \frac{|r_1 - r_2|}{\lambda} \right| \Rightarrow A' = 20 \left| \sin \pi \frac{|6 - 2|}{2} \right| \text{ cm} \Rightarrow A' = 20 \text{ cm} |\sin 2\pi| \Rightarrow A' = 20 \text{ cm}$$

Αρα σωστό το (γ).

3. Μια ακτίνα φωτός προσπίπτει στην επίπεδη διαχωριστική επιφάνεια δύο μέσων. Όταν η διαθλώμενη ακτίνα κινείται παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια, τότε η γωνία πρόσπτωσης ονομάζεται:
- α. μέγιστη γωνία
  - β. ελάχιστη γωνία
  - γ. μηδενική γωνία
  - δ. κρίσιμη γωνία.



Απάντηση



Σύμφωνα με τη θεωρία σωστό είναι το (δ).

Μονάδες 5



4. Ο ωροδείκτης ενός ρολογιού έχει περίοδο σε ώρες (h):
- α. 1h
  - β. 12h
  - γ. 24h
  - δ. 48h

Απάντηση

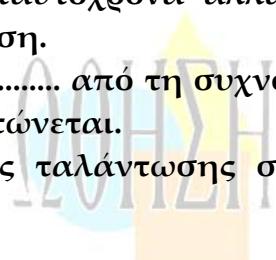
Σωστή απάντηση είναι η (β).



Μονάδες 5

5. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της πρότασης και δίπλα τη λέξη που τη συμπληρώνει σωστά.

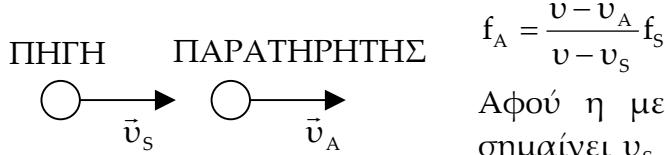
- α. Στη σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος και λίγο διαφορετικές συχνότητες, ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικές μεγιστοποιήσεις του πλάτους ονομάζεται ..... του διακροτήματος.
- β. Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσοτέρων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται .....
- γ. Όταν ένα σώμα μετακινείται στο χώρο και ταυτόχρονα αλλάζει ο προσανατολισμός του, λέμε ότι κάνει ..... κίνηση.
- δ. Ένας παρατηρητής ακούει ήχο με συχνότητα ..... από τη συχνότητα μιας πηγής, όταν η μεταξύ τους απόσταση ελαττώνεται.
- ε. Τα σημεία που πάλλονται με μέγιστο πλάτος ταλάντωσης σε ένα στάσιμο κύμα ονομάζονται .....



Μονάδες 5

### Απάντηση

- α. περιόδος
- β. συμβολή
- γ. σύνθετη
- δ. μεγαλύτερη (ακολουθεί αιτιολόγηση)



Αφού η μεταξύ τους απόσταση ελαττώνεται σημαίνει  $v_s > v_A$ , άρα  $f_A > f_s$ .



Αφού η μεταξύ τους απόσταση ελαττώνεται σημαίνει  $v_A > v_s$ , άρα  $f_A > f_s$ .

## ΘΕΜΑ 2

- Σε αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό το ηλεκτρικό πεδίο περιγράφεται στο S.I από την εξίσωση  $E=30\eta\mu 2\pi(6 \cdot 10^{10}t - 2 \cdot 10^2x)$ . Να εξετάσετε αν το μαγνητικό πεδίο του παραπάνω ηλεκτρομαγνητικού κύματος περιγράφεται στο S.I από την εξίσωση  $B=10^{-7}\eta\mu 2\pi(6 \cdot 10^{10}t - 2 \cdot 10^2x)$ .

Δίνεται: ταχύτητα του φωτός στο κενό  $c_0 = 3 \cdot 10^8$  m/s.

Μονάδες 6

### Απάντηση

$$\text{Γνωρίζουμε ότι } \frac{E_{(x,t)}}{B_{(x,t)}} = c \Rightarrow c = \frac{30 \frac{N}{C} \eta\mu 2\pi(6 \cdot 10^{10}t - 2 \cdot 10^2x)}{10^{-7} T \eta\mu 2\pi(6 \cdot 10^{10}t - 2 \cdot 10^2x)} \Rightarrow c = 30 \cdot 10^7 \text{ m/s} \Rightarrow$$

$\Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = c_0$ , συνεπώς το μαγνητικό πεδίο περιγράφεται σωστά από τη δεδομένη εξίσωση.

2. Καλλιτέχνης του πατινάζ περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του, χωρίς τριβές. Στην αρχή ο καλλιτέχνης έχει τα χέρια απλωμένα και στη συνέχεια τα συμπτύσσει. Ο καλλιτέχνης περιστρέφεται πιο γρήγορα, όταν έχει τα χέρια:

- α. απλωμένα
- β. συνεπτυγμένα.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 2

Μονάδες 4

### Απάντηση

Επειδή το βάρος, όπως και η αντίδραση από το έδαφος, είναι δυνάμεις παράλληλες στον άξονα περιστροφής δε δημιουργούν ροπή ως προς τον άξονα αυτό. Άρα η στροφορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή. Δηλαδή:

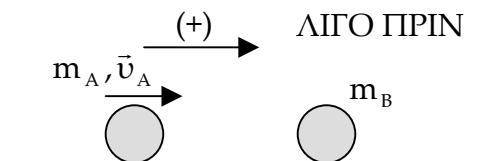
$$\bar{L}_{\text{αρχ}} = \bar{L}_{\text{τελ}} \Rightarrow I_{\text{αρχ}}\omega_1 = I_{\text{τελ}}\omega_2 \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{I_{\text{τελ}}}{I_{\text{αρχ}}}.$$

Η αρχική ροπή αδράνειας του καλλιτέχνη (με ανοιχτά χέρια) είναι μεγαλύτερη από την τελική ροπή αδράνειας  $I_{\text{αρχ}} > I_{\text{τελ}}$ , άρα και  $\omega_2 > \omega_1$ , επομένως σωστή είναι η πρόταση (β).

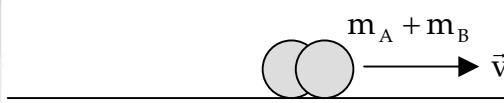
3. Σφαίρα A που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με άλλη όμοια αλλά ακίνητη σφαίρα B που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο. Να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι ίση με το μισό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας A, πριν από την κρούση.

Μονάδες 7

### Απάντηση



ΑΜΕΣΩΣ ΜΕΤΑ



Με εφαρμογή της Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σφαιρών έχουμε:

$$\vec{P}_{\text{λίγο πριν}} = \vec{P}_{\text{αμέσως μετά}} \Rightarrow m_A \vec{v}_A + 0 = (m_A + m_B) \vec{v} \xrightarrow{m_A = m_B = m} m v_A = 2 m v \Rightarrow$$

$$\boxed{v = \frac{v_A}{2}}$$

$$K_{\text{μετά την κρούση}} = \frac{1}{2} 2mv^2 \Rightarrow K_{MK} = m \frac{v_A^2}{4}$$

$$K_{\text{πριν την κρούση}} = \frac{1}{2} mv_A^2 \Rightarrow K_{PK} = \frac{mv_A^2}{2}$$

$$\text{Άρα διαιρώντας κατά μέλη } \frac{K_{MK}}{K_{PK}} = \frac{\frac{mv_A^2}{4}}{\frac{mv_A^2}{2}} \Rightarrow \frac{K_{MK}}{K_{PK}} = \frac{1}{2} \Rightarrow K_{MK} = \frac{1}{2} K_{PK}$$

4. Σώμα μάζας  $m$  εκτελεί γραμμική απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση  $x$  του σώματος από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση  $x = A \sin \omega t$ , όπου  $A$  το πλάτος της ταλάντωσης και  $\omega$  η γωνιακή συχνότητα. Να αποδείξετε ότι η συνολική δύναμη, που δέχεται το σώμα σε τυχαία θέση της τροχιάς του, δίνεται από τη σχέση  $F = -m\omega^2 x$ .

Μονάδες 6

### Απάντηση

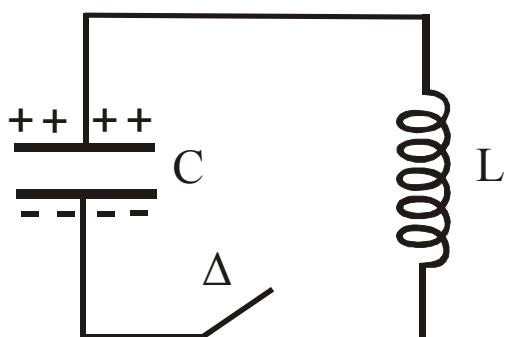
Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση, στην οποία η απομάκρυνση δίνεται από τη σχέση  $x = A \sin \omega t$ , η σχέση που μας δίνει την επιτάχυνση είναι

$$\alpha = -\alpha_{\max} \eta \mu \omega t \xrightarrow{\alpha_{\max} = \omega^2 A} \alpha = -\omega^2 \underbrace{A \sin \omega t}_x \Rightarrow \alpha = -\omega^2 x \quad (1)$$

Από το Θ.N.M. γνωρίζουμε ότι  $F = m\alpha \xrightarrow{(1)} F = -m\omega^2 x$

## ΘΕΜΑ 3

Το ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος αποτελείται από πυκνωτή με χωρητικότητα  $2 \cdot 10^{-5} \text{ F}$ , ένα ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $0,05 \text{ H}$  και διακόπτη  $\Delta$  όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Αρχικά ο διακόπτης  $\Delta$  είναι ανοικτός και ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με ηλεκτρικό φορτίο  $5 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ . Οι αγωγοί σύνδεσης έχουν αμελητέα αντίσταση.



Τη χρονική στιγμή  $t=0$  κλείνουμε το διακόπτη  $\Delta$ .

Να υπολογίσετε:

- την περίοδο της ηλεκτρικής ταλάντωσης

Μονάδες 7

- το πλάτος της έντασης του φεύγοντος

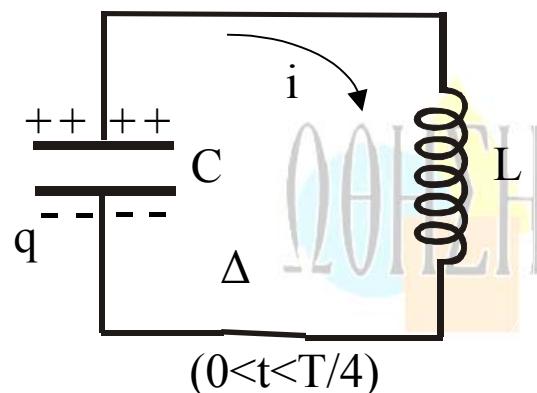
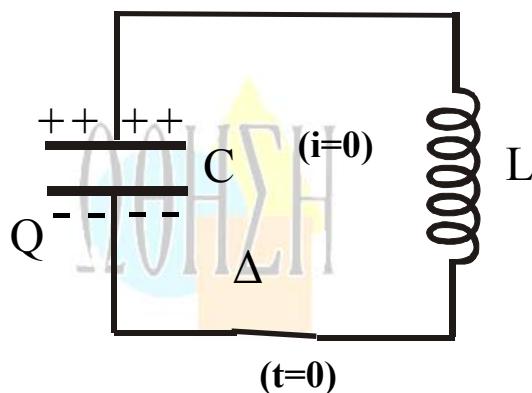
Μονάδες 8

- την ένταση του φεύγοντος τη στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή  $C$  είναι  $3 \cdot 10^{-7} C$ .

Μονάδες 10

Δίνεται:  $\pi = 3,14$ .

## ΛΥΣΗ



- Γνωρίζουμε ότι η περίοδος της ελεύθερης και αμείωτης ηλεκτρικής ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{5 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-5}} s \Rightarrow T = 2\pi \cdot 10^{-3} s \Rightarrow T = 2\pi \text{ ms} \Rightarrow T = 6,28 \text{ ms}$$

- Ισχύει  $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2\pi \cdot 10^{-3}} \frac{1}{s} \Rightarrow \omega = 10^3 \frac{1}{s}$ .

Το πλάτος της έντασης του φεύγοντος δίνεται από τη σχέση:  $I = \omega Q \Rightarrow I = 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-7} A \Rightarrow I = 5 \cdot 10^{-4} A$

- Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας για την ηλεκτρική ταλάντωση και έχουμε:

$$U_{E(\max)} = U_{B(\max)} = U_E + U_B \Rightarrow U_{E(\max)} = U_E + U_B \Rightarrow$$

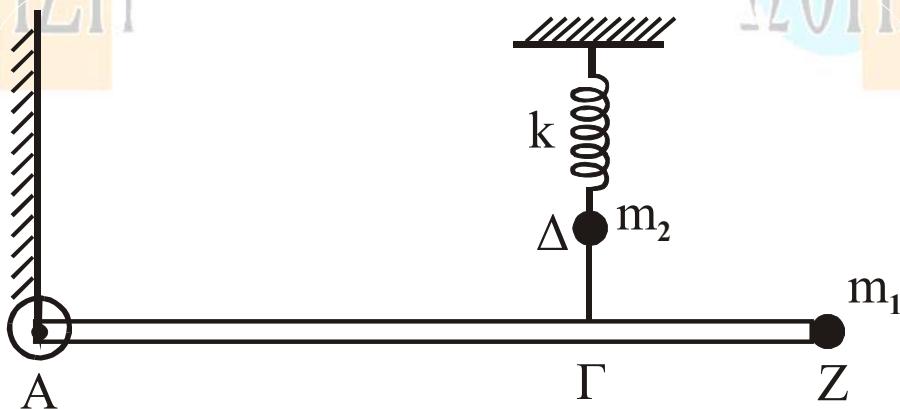
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L i^2 \Rightarrow L i^2 = \frac{1}{C} (Q^2 - q^2) \Rightarrow \left. \begin{aligned} i^2 &= \frac{1}{LC} (Q^2 - q^2) \\ \frac{1}{LC} &= \omega^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i^2 = \omega^2 (Q^2 - q^2) \Rightarrow i = \pm \omega \sqrt{Q^2 - q^2} \Rightarrow i = \pm 10^3 \sqrt{25 \cdot 10^{-14} - 9 \cdot 10^{-14}} A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i = \pm 10^3 \sqrt{16 \cdot 10^{-14}} A \Rightarrow i = \pm 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-7} \Rightarrow i = \boxed{\pm 4 \cdot 10^{-4} A}$$

## ΘΕΜΑ 4

Ομογενής άκαμπτη ράβδος AZ έχει μήκος  $L = 4m$ , μάζα  $M = 3kg$  και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της A υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της Z υπάρχει στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας  $m_1 = 0,6kg$  και αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές τεντωμένο νήμα ΔΓ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας  $m_2 = 1kg$ , το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100 N/m$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση AG είναι ίση με 2,8m. Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις.



A. Να υπολογίσετε:

- A.1 τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – σφαιριδίου  $m_1$  ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετος στο επίπεδο της διάταξης

Μονάδες 6

- A.2 το μέτρο της τάσης του νήματος ΔΓ.

Μονάδες 6

- B. Αν κόψουμε το νήμα ΔΓ, το σφαιρίδιο  $m_2$  εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος μαζί με το σώμα  $m_1$ , υπό την επίδραση της βαρύτητας, περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από το σημείο A.

Να υπολογίσετε:

- B.1 το χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο  $m_2$  από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που θα φθάσει στην ψηλότερη θέση του για πρώτη φορά

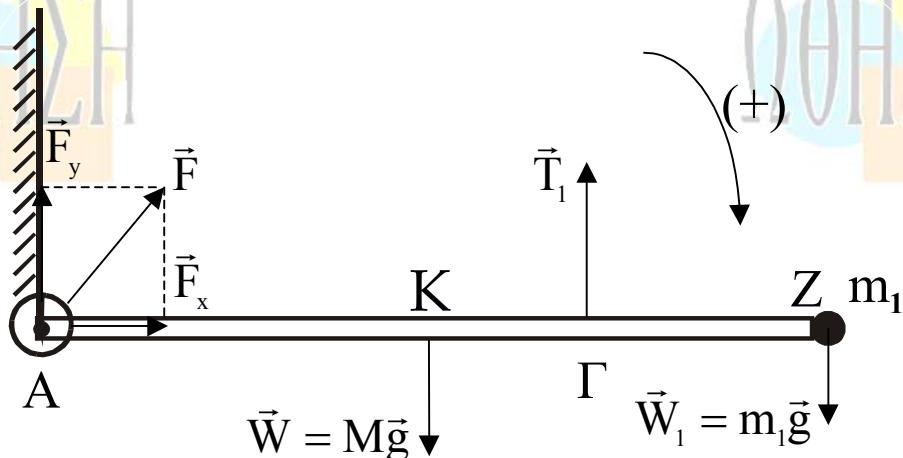
Μονάδες 6

- B.2 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου  $Z$ , τη στιγμή που η ράβδος περνάει από την κατακόρυφη θέση.

Μονάδες 7

Δίνονται:  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ , όποια αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της:  $I_{CM} = \frac{1}{12}ML^2$ ,  
 $\pi = 3,14$ .

### ΛΥΣΗ



- A.1. Εφαρμόζοντας θεώρημα Steiner υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το άκρο A:

$$I_A = I_{CM} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{4}ML^2 = \frac{1}{3}ML^2 \quad (1)$$

Η ροπή αδράνειας του συστήματος ( $M, m_1$ ) ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το άκρο A της ράβδου είναι:

$$\begin{aligned} I_{o\lambda} &= I_A + m_1 L^2 \stackrel{(1)}{=} \frac{1}{3}ML^2 + m_1 L^2 \Rightarrow I_{o\lambda} = \left(\frac{M}{3} + m_1\right)L^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow I_{o\lambda} = (1 + 0,6) \cdot 16 \text{Kg} \cdot \text{m}^2 \Rightarrow I_{o\lambda} = 25,6 \text{Kg} \cdot \text{m}^2. \end{aligned}$$

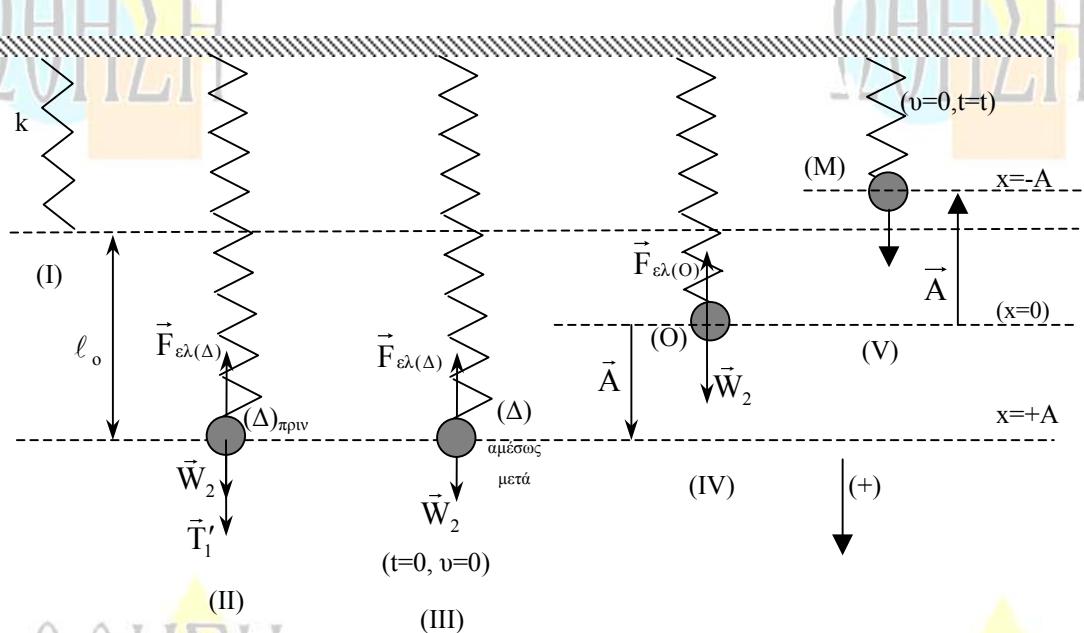
**A.2.** Στο σύστημα ράβδος – μάζα  $m_1$  που ισορροπεί ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- i) το βάρος της ράβδου  $\vec{W} = Mg$  με σημείο εφαρμογής το μέσο της ράβδου  $K$ .
- ii) το βάρος της σημειακής μάζας  $m_1$   $\vec{W}_1 = m_1g$  με σημείο εφαρμογής το άκρο της ράβδου  $Z$ .
- iii) η τάση του κατακορύφου νήματος  $\vec{T}_1$  με σημείο εφαρμογής το σημείο εξάρτησης της ράβδου  $G$ .
- iv) η δύναμη από την άρθρωση  $\vec{F}$  με σημείο εφαρμογής το σημείο  $A$  (η κατεύθυνση της  $\vec{F}$  σημειώνεται ενδεικτικά στο σχήμα).

Επειδή το σύστημα ράβδος –  $m_1$  ισορροπεί, το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων που δέχεται ως προς οποιοδήποτε σημείο της ράβδου είναι μηδέν, επομένως και ως προς το σημείο  $A$ . Άρα:

$$\begin{aligned}\Sigma \tau_{(A)} &= 0 \Rightarrow Mg(AK) - T_1(A\Gamma) + m_1g(AZ) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow T_1(A\Gamma) &= Mg \frac{L}{2} + m_1gL \Rightarrow T_1 = \frac{gL\left(\frac{M}{2} + m_1\right)}{(AG)} \Rightarrow \\ \Rightarrow T_1 &= \frac{40(1,5 + 0,6)}{2,8} N \Rightarrow \boxed{T_1 = 30N}\end{aligned}$$

**B.1.**



Επεξήγηση σχήματος

- (I) Θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.
- (II) Θέση Δπριν: η  $m_2$  ισορροπεί εξαρτημένη από το νήμα.
- (III) Θέση Δμετά: η  $m_2$ , μόλις κοπεί το νήμα έχει ταχύτητα  $v=0$  και επομένως το σημείο  $\Delta$  είναι για την ταλάντωση που θα εκτελέσει ακραία θέση ( $x=+A$ ).
- (IV) Είναι η θέση ισορροπίας της  $m_2$  μετά την κοπή του νήματος. Η προηγούμενη θέση αποτελεί τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του συστήματος ( $x=0$ ).

(V) Είναι το ψηλότερο σημείο της τροχιάς της m<sub>2</sub>. Στο σημείο αυτό στιγμιαία η ταχύτητα της m<sub>2</sub> μηδενίζεται οπότε για την ταλάντωση του συστήματος στην προηγούμενη θέση ισχύει x=-A.

Για οποιοδήποτε σύστημα ελατήριο – μάζα που εκτελεί A.A.T. ισχύει:

$$D = k \Rightarrow m_2 \omega^2 = k \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_2}} \Rightarrow \omega = 10 \text{ r/s}$$

Το σημείο Δ στο οποίο η μάζα m<sub>2</sub> ισορροπούσε αρχικά αποτελεί για την A.A.T. του συστήματος ακραία θέση αφού τη στιγμή που κόβεται το νήμα (t<sub>o</sub>=0) η ταχύτητα της m<sub>2</sub> είναι μηδέν. Επομένως ορίζοντας την προς τα κάτω φορά σαν θετική για την ταλάντωση του συστήματος την t<sub>o</sub>=0 ισχύει x=+A και v=0.

Όμως γενικά για μια A.A.T. έχουμε:

$$\begin{aligned} x &= A \eta \mu (\omega t + \phi_o) \\ v &= v_{\max} \sin(\omega t + \phi_o) \end{aligned}$$

Επομένως για την t=0 από τις παραπάνω εξισώσεις προκύπτει:

$$\left. \begin{aligned} A &= A \eta \mu \phi_o \\ 0 &= v_{\max} \sin \phi_o \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \eta \mu \phi_o &= 1 \\ \sin \phi_o &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \phi_o = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Οπότε η εξίσωση απομάκρυνσης – χρόνου γίνεται:

$$x = A \eta \mu \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow \boxed{x = A \sin \omega t}$$

Η ψηλότερη θέση στην οποία φτάνει η m<sub>2</sub> (για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή t=t<sub>1</sub>) αποτελεί την άλλη ακραία θέση της ταλάντωσης αφού και σε εκείνο το σημείο στιγμιαία μηδενίζεται η ταχύτητα της m<sub>2</sub>. Άρα την t=t<sub>1</sub> θα ισχύει για την ταλάντωση του συστήματος x=-A.

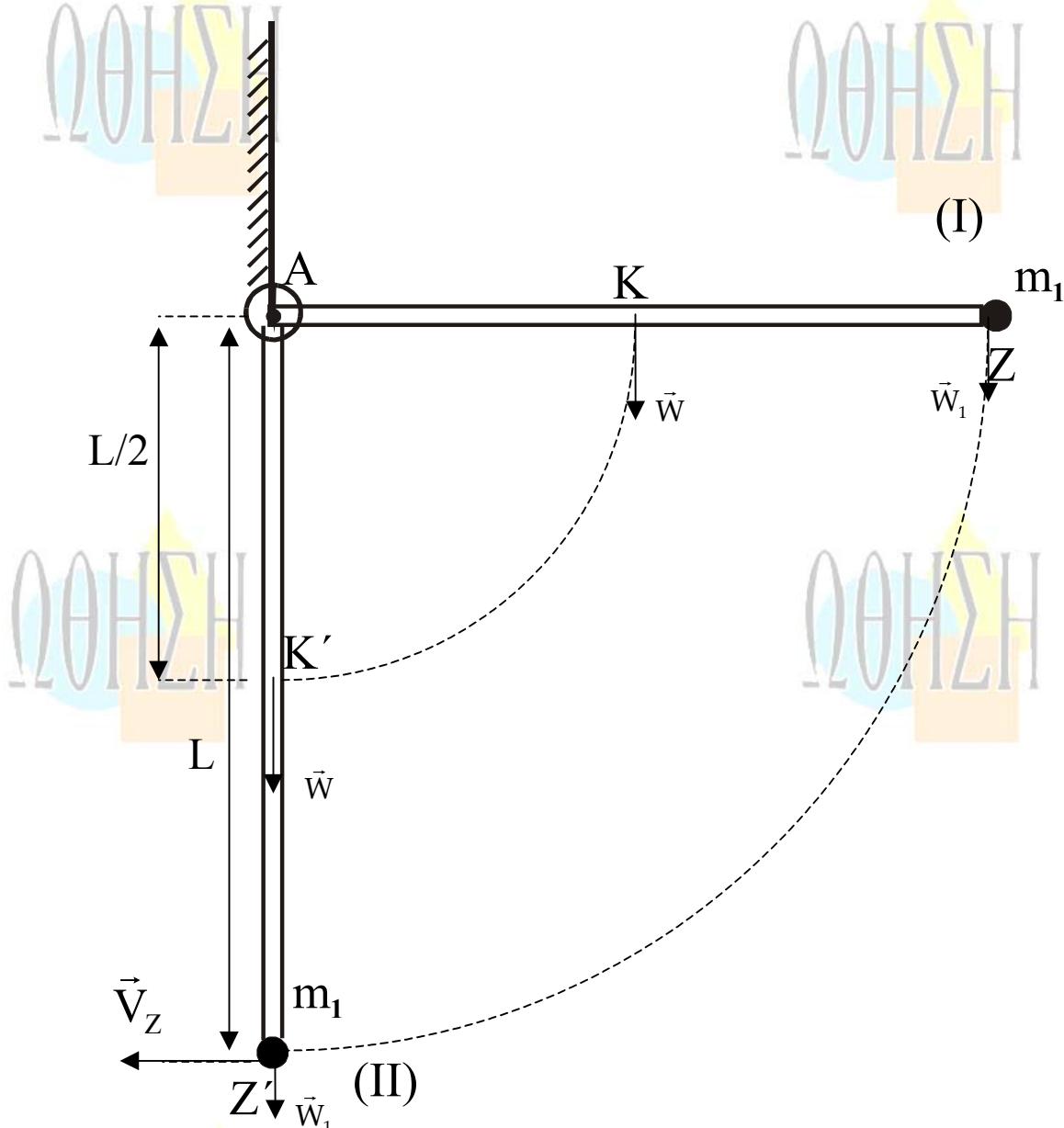
Οπότε x=-A  $\Rightarrow A \sin \omega t_1 = -A \Rightarrow \sin \omega t_1 = -1 \Rightarrow \sin \omega t_1 = \sin \pi$  άρα την πρώτη φορά που βρίσκεται στην προηγούμενη θέση θα ισχύει:

$$\omega t_1 = \pi \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{\omega} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{10} \text{ s}$$

$$\text{Άρα } \Delta t = t_1 - t_o \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{10} \text{ s} - 0 \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{\pi}{10} \text{ s}}$$

B.2. Τη στιγμή που κόβεται το νήμα το σύστημα ράβδος – μάζα  $m_1$  είναι ακίνητο, οπότε  $\omega_{\text{αρχ}}=0$ .

Εφαρμόζοντας Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για την κίνηση του συστήματος από την οριζόντια θέση (I) στην κατακόρυφη θέση (II) έχουμε:



$$\begin{aligned}
 K_{\text{II}} - K_{\text{I}} &= W_{\vec{W}} + W_{\vec{W}_1} \Rightarrow \frac{1}{2} I_{\text{o}\lambda} \omega^2 - 0 = Mg \frac{L}{2} + m_1 g L \Rightarrow \frac{1}{2} I_{\text{o}\lambda} \omega^2 = gL \left( \frac{M}{2} + m_1 \right) \Rightarrow \\
 \Rightarrow \omega &= \sqrt{\frac{2 \left( \frac{M}{2} + m_1 \right) g L}{I_{\text{o}\lambda}}} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{\sqrt{105}}{4} \text{ r/s}}
 \end{aligned}$$

Η γραμμική ταχύτητα του σημείου  $Z$  τη στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη είναι:

$$V_Z = \omega L \Rightarrow V_Z = \frac{\sqrt{105}}{4} \cdot 4 \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{V_Z = \sqrt{105} \text{ m/s}}$$

### ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Τα σημερινά θέματα διακρίνονται για την σαφήνεια και την ακρίβειά τους. Απαιτούν ποιοτική μελέτη της εξεταστέας ύλης αλλά και κριτική – συνθετική ικανότητα των υποψηφίων ακόμη και στα θεωρητικά ερωτήματα.

Το τέταρτο θέμα χαρακτηρίζεται από πρωτοτυπία αφού συνδυάζει δύο διαφορετικές ενότητες της Μηχανικής.

Στο σύνολό τους κρίνονται θέματα για πολύ καλά προετοιμασμένους υποψηφίους.

