Τρίτη, 07 Ιουνίου 2005
Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις 1-4 και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Η αρχή της επαλληλίας των κυμάτων:

α. παραβιάζεται μόνον όταν τα κύματα είναι τόσο ισχυρά, ώστε οι δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια του μέσου, δεν είναι ανάλογες των απομακρύνσεων.

β. δεν παραβιάζεται ποτέ.

γ. ισχύει μόνον όταν τα κύματα που συμβάλλουν, προέρχονται από πηγές που βρίσκονται σε φάση.

δ. δεν ισχύει, όταν συμβάλλουν περισσότερα από δύο κύματα.

Μονάδες 5

2. Μια κρούση λέγεται πλάγια όταν:

α. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ορμής.

β. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

γ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν τυχαία διεύθυνση.

δ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση είναι παράλληλες.

Μονάδες 5

3. Η μετάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στις οπτικές ίνες στηρίζεται στο φαινόμενο:

α. της συμβολής.

β. της διάθλασης.

γ. της περίθλασης.

δ. της ολικής ανάκλασης.

Μονάδες 5

4. Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης F= -bυ, με b=σταθερό, το πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση (για Λ>0):

α. $A = A_o - bt$.

β. $A = A_o e^{\Lambda t}$.

γ. $A = A_o e^{-\Lambda t}$.

δ. $A = \dfrac{A_o}{\Lambda t}$.

Μονάδες 5

*Στην παρακάτω ερώτηση 5 να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό** για τη σωστή πρόταση και τη λέξη **Λάθος** για τη λανθασμένη.*

5. α. Στην περίπτωση των ηλεκτρικών ταλαντώσεων κύριος λόγος απόσβεσης είναι η ωμική αντίσταση του κυκλώματος.

β. Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση ο ρυθμός μείωσης του πλάτους μειώνεται, όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης.

γ. Κατά το συντονισμό η ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα κατά το βέλτιστο τρόπο, γι' αυτό και το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο.

δ. Ένας αθλητής καταδύσεων, καθώς περιστρέφεται στον αέρα, συμπτύσσει τα άκρα του. Με την τεχνική αυτή αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.

ε. Σε κάθε κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.

Μονάδες 5

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

1. $\rightarrow$ α

2. $\rightarrow$ γ

3. $\rightarrow$ δ

4. $\rightarrow$ γ

5. $\rightarrow$ α $\rightarrow$ (Σ)

β $\rightarrow$ (Λ)

γ $\rightarrow$ (Σ)

δ $\rightarrow$ (Σ)

ε $\rightarrow$ (Σ)

ΘΕΜΑ 2ο

Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Δίνονται τα πιο κάτω ζεύγη εξισώσεων όπου Ε η ένταση ηλεκτρικού πεδίου και Β η ένταση μαγνητικού πεδίου:

α. $E = 75\eta\mu 2\pi(12 \cdot 10^{10} t - 4 \cdot 10^{4} x)$

$B = 25 \cdot 10^{-8} \eta\mu 2\pi(12 \cdot 10^{10} t - 4 \cdot 10^{4} x)$ (SI) β. $E = 300\eta\mu 2\pi(6\cdot 10^{10}t - 2\cdot 10^2 x)$

$B = 100\cdot 10^{-8}\eta\mu 2\pi(6\cdot 10^{10}t - 2\cdot 10^2 x)$ (SI)

γ. $E = 150\eta\mu 2\pi(9\cdot 10^{10}t - 3\cdot 10^2 x)$

$B = 50\cdot 10^{-8}\eta\mu 2\pi(9\cdot 10^{10}t + 3\cdot 10^2 x)$ (SI)

Ποιο από τα παραπάνω ζεύγη περιγράφει ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό;

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Δίνεται η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c = 3\cdot 10^8\, m/s$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για να περιγράφουν οι δύο εξισώσεις έντασης ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου, ηλεκτρομαγνητικό κύμα, που διαδίδεται στο κενό, θα πρέπει να είναι της μορφής:

$$\left.\begin{aligned} E(x,t) &= E_{max}\eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right] \\ B(x,t) &= B_{max}\eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right]\end{aligned}\right\} \quad (A)$$

και να ικανοποιούνται οι συνθήκες:

$c = \dfrac{E_{max}}{B_{max}}$ (1) και την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής $c = \dfrac{\lambda_0}{T}$ (2)

Παρατηρούμε ότι και στις τρείς επιλογές:

$$\frac{75}{25\cdot 10^{-8}} = \frac{300}{100\cdot 10^{-8}} = \frac{150}{50\cdot 10^{-8}} = 3\cdot 10^8\, m/sec = c$$

ικανοποιούν την συνθήκη (1).

Από την περίοδο και το μήκος κύματος σε κάθε περίπτωση έχουμε:

α. $\dfrac{t}{T} = 12\cdot 10^{10}t \Rightarrow T = \dfrac{1}{12}\cdot 10^{-10}s$

$\dfrac{x}{\lambda} = 4\cdot 10^4 x \Rightarrow \lambda = \dfrac{1}{4}\cdot 10^{-4}m$

Επομένως $\dfrac{\lambda}{T} = \dfrac{\frac{1}{4}\cdot 10^{-4}}{\frac{1}{12}\cdot 10^{-10}} = 3\cdot 10^6\, m/s \neq c$.

β. $\dfrac{t}{T} = 6\cdot 10^{10}t \Rightarrow T = \dfrac{1}{6}\cdot 10^{-10}s$

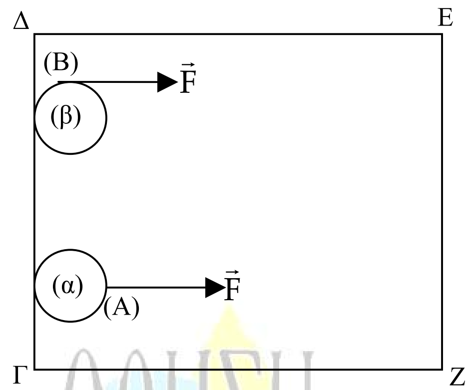
$\dfrac{x}{\lambda} = 2\cdot 10^2 x \Rightarrow \lambda = \dfrac{1}{2}\cdot 10^{-2}m$

Επομένως $\dfrac{\lambda}{T} = \dfrac{\frac{1}{2}\cdot 10^{-2}}{\frac{1}{6}\cdot 10^{-10}} = 3\cdot 10^{8}\,m/s = c$.

γ. Το ζεύγος γ δεν ικανοποιεί την αρχική συνθήκη (A).

<u>Επομένως σωστό είναι το β</u>.

2. Δύο ίδιοι οριζόντιοι κυκλικοί δίσκοι (α) και (β) μπορούν να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο ορθογώνιο τραπέζι ΓΔΕΖ χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Αρχικά οι δύο δίσκοι είναι ακίνητοι και τα κέντρα τους απέχουν ίδια απόσταση από την πλευρά ΕΖ. Ίδιες σταθερές δυνάμεις F με διεύθυνση παράλληλη προς τις πλευρές ΔΕ και ΓΖ ασκούνται σ' αυτούς. Στο δίσκο (α) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Α του δίσκου. Στο δίσκο (β) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Β του δίσκου.



Αν ο δίσκος (α) χρειάζεται χρόνο t_α για να φτάσει στην απέναντι πλευρά ΕΖ, ενώ ο δίσκος (β) χρόνο t_β, τότε:

α. $t_\alpha > t_\beta$ β. $t_\alpha = t_\beta$ γ. $t_\alpha < t_\beta$

Μονάδες 4

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για τον δίσκο (α) ισχύει ότι:

$$\sum \vec{F}_1 = m_1\vec{a}_1 \Rightarrow F = m_1 a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F}{m}$$

Για τον δίσκο (β) ισχύει ότι:

$$\sum \vec{F}_2 = m_2\vec{a}_2 \Rightarrow F = m a_2 \Rightarrow \boxed{a_2 = \frac{F}{m} = a_1}$$

Άρα τα δύο σώματα αποκτούν την ίδια επιτάχυνση. Άρα από την εξίσωση

$$S = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$$

προκύπτει ότι θα χρειαστούν τον ίδιο χρόνο, αφού η μετατόπισή τους S θα είναι κοινή.

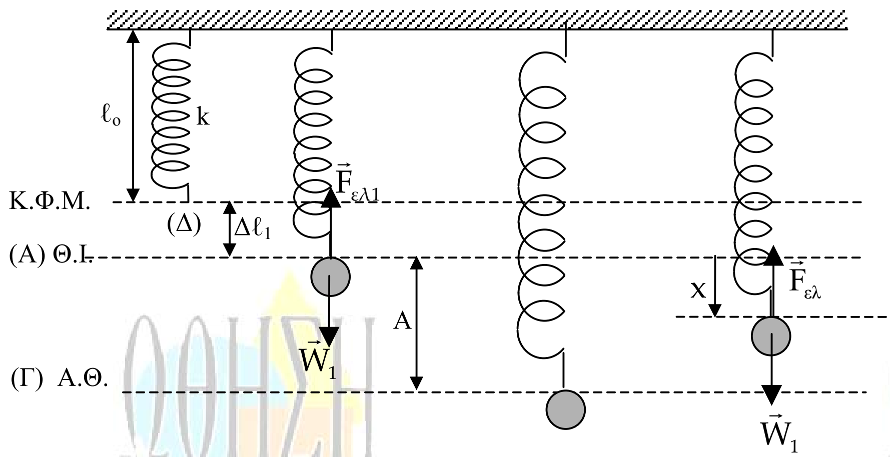
<u>Επομένως σωστό είναι το β</u>.

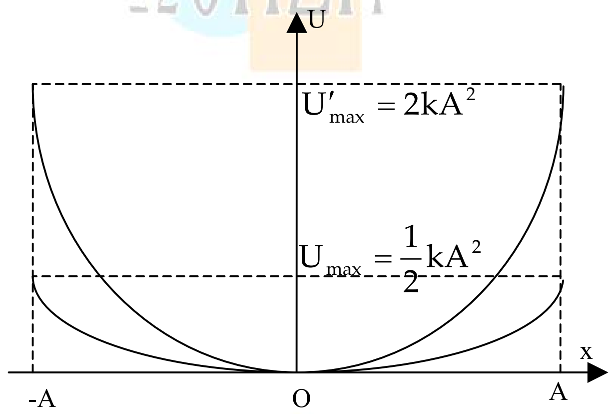
3. Σώμα μάζας Μ έχει προσδεθεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k του οποίου το άνω άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά απόσταση α από τη θέση ισορροπίας και το αφήνουμε ελεύθερο να κάνει ταλάντωση. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα και με ένα άλλο ελατήριο σταθεράς k′ = 4k.

Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των δυναμικών ενεργειών των δύο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση στο ίδιο διάγραμμα.

Μονάδες 6

ΑΠΑΝΤΗΣΗ





Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης στην τυχαία θέση της ταλάντωσης θα είναι:

$$U(x) = \frac{1}{2}Dx^2$$

(α) Όταν D=k παίρνουμε:

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 \ (1) \text{ με } -A \le x \le +A$$

(β) Όταν D=k′=4k

$$U(x') = \frac{1}{2}4k \cdot x^2 = 2kx^2 \ (2) \text{ με } -A \le x \le +A$$

Παρατηρούμε ότι:

$$U'_{max} = 4U_{max}$$

ΘΕΜΑ 3ο

Κατά μήκος του άξονα X'X εκτείνεται ελαστική χορδή. Στη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου $Π_1$ της χορδής περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_1 = Αημ30πt \quad (SI)$$

ενώ η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου $Π_2$ που βρίσκεται 6cm δεξιά του σημείου $Π_1$, περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_2 = Αημ\left(30πt + \frac{π}{6}\right) \quad (SI)$$

Η απόσταση μεταξύ των σημείων $Π_1$ και $Π_2$ είναι μικρότερη από ένα μήκος κύματος.

α. Ποιά είναι η φορά διάδοσης του κύματος

Μονάδες 3

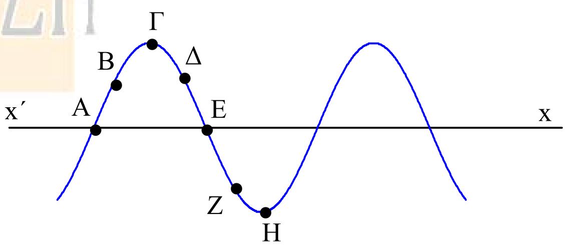
β. Ποια είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

Μονάδες 6

γ. Αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής, να υπολογίσετε το πλάτος του κύματος.

Μονάδες 5

δ. Στο σχήμα που ακολουθεί, απεικονίζεται ένα στιγμιότυπο του κύματος



Εκείνη τη στιγμή σε ποιά από τα σημεία Α,Β,Γ,Δ,Ε,Ζ και Η η ταχύτητα ταλάντωσης είναι μηδενική και σε ποιά είναι μέγιστη (κατ' απόλυτη τιμή); Ποιά είναι η φορά ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων Β, Δ και Ζ;

Μονάδες 7

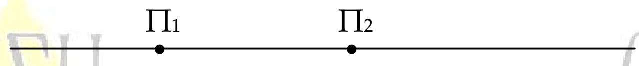
ε. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που όταν συμβάλλει με το προηγούμενο, δημιουργεί στάσιμο κύμα.
Δίνεται π=3,14.

Μονάδες 4

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α. Αφού το σημείο $Π_2$ έχει φάση μεγαλύτερη από αυτήν του $Π_1$ τότε ταλαντώνεται για περισσότερη ώρα απ' ότι το $Π_2$. Άρα το κύμα πηγαίνει από το $Π_2 \to Π_1$.

Η φορά διάδοσης είναι από τα δεξιά προς τα αριστερά, άρα η εξίσωση του κύματος είναι της μορφής: $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$.



β. Για τον προσδιορισμό της ταχύτητας διάδοσης έχουμε: στο σημείο Π2 η εξίσωση ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση: $y_2 = A\eta\mu\left(30\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow$

$y = A\eta\mu 2\pi\left(15t + \frac{1}{12}\right)$ $(x \to cm,\ t \to sec)$.

Η γενική μορφή της εξίσωσης του κύματος είναι: $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$.

Άρα $15t = \frac{t}{T} \Rightarrow \boxed{T = \frac{1}{15}sec}$

$\frac{x}{\lambda} \overset{x=6}{=} \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{6}{\lambda} = \frac{1}{12} \Rightarrow \boxed{\lambda = 72cm} \Rightarrow \boxed{\lambda = 0{,}72m}$

$c = \lambda f \Rightarrow c = 0{,}72 \cdot 15 \Rightarrow \boxed{c = 10{,}8m/s}$

γ. Αφού η ταχύτητα διάδοσης είναι ίση με τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης, θα έχουμε:

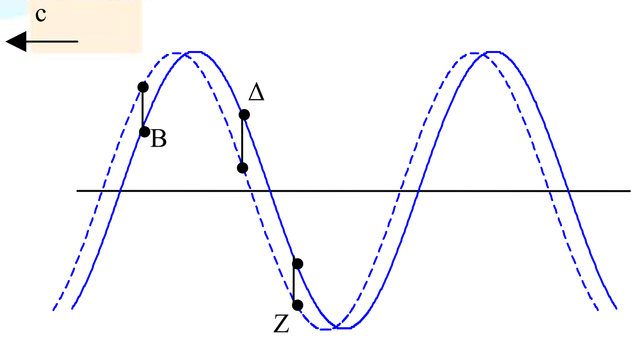
$\upsilon_{max} = c \Rightarrow \omega A = 10{,}8 \Rightarrow A = \frac{10{,}8}{\omega} \Rightarrow A = \frac{10{,}8}{30\pi}m = \frac{0{,}36}{\pi}m \Rightarrow \boxed{A \approx 0{,}1146m}$

δ. Μηδενική ταχύτητα: τα σημεία Γ, Η

Μέγιστη ταχύτητα: τα σημεία Α, Ε

Η φορά της ταχύτητας του σημείου Β είναι προς τα πάνω ($\upsilon_B>0$), η φορά της ταχύτητας του σημείου Δ είναι προς τα κάτω ($\upsilon_\Delta<0$), η φορά της ταχύτητας του σημείου Ζ είναι προς τα κάτω ($\upsilon_Z<0$).

Η φορά της ταχύτητας γίνεται αντιληπτή αν δούμε το στιγμιότυπο του κύματος μία χρονική στιγμή ελάχιστα αργότερα.



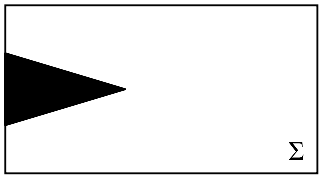
Όπου με διακεκομμένες γραμμές είναι το νέο στιγμιότυπο.
Παρατηρούμε ότι το σημείο Β βρίσκεται πιο πάνω ενώ τα σημεία Δ και Ζ πιο κάτω.

ε. Η εξίσωση του κύματος που όταν συμβάλλει με το προηγούμενο κύμα δημιουργεί στάσιμο κύμα είναι της μορφής:

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = \frac{0{,}36}{\pi}\eta\mu 2\pi(15t - \frac{x}{72}) \quad (y\to m,\ t\to s,\ x\to cm)$$

ΘΕΜΑ 4ο

Έστω σώμα (Σ) μάζας M=1kgr και κωνικό βλήμα (β) μάζας m=0,2kg. Για να σφηνώσουμε με τα χέρια μας ολόκληρο το βλήμα στο σταθερό σώμα (Σ), όπως φαίνεται στο σχήμα, πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια 100J.



Έστω τώρα ότι το σώμα (Σ) που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, πυροβολείται με το βλήμα (β). Το βλήμα αυτό κινούμενο οριζόντια με κινητική ενέργεια Κ προσκρούει στο σώμα (Σ) και ακολουθεί πλαστική κρούση.

α. Για Κ=100J θα μπορούσε το βλήμα να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα (Σ);
Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

Μονάδες 7

β. Ποιά είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια Κ που πρέπει να έχει το βλήμα, ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα (Σ);

Μονάδες 12

γ. Για ποιά τιμή του λόγου $\frac{m}{M}$ το βλήμα με κινητική ενέργεια Κ=100J σφηνώνεται ολόκληρο στο (Σ);
Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

Μονάδες 6

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Δίνονται: M =1kg , m=0,2kg , $E_{\alpha\pi\omega\lambda.(\min)} = \left|W_{F_{\alpha\nu\tau.(x=0\to x=d)}}\right| = 100J$, $K=K_{\lambda.\pi}$

Ζητούνται: α) ; για Κ=100J , β) K_{min}=; , γ) $\frac{m}{M}$ =; αν Κ=100J

α. Σύμφωνα με την Αρχή Διατήρησης της Ορμής έχουμε:

$$\vec{p}_{\lambda.\pi.} = \vec{p}_{\alpha.\mu.} \Rightarrow m\vec{\upsilon} = (M+m)\vec{\upsilon}_K \Rightarrow \vec{\upsilon}_K = \frac{m}{m+M}\vec{\upsilon} \quad \text{ή}$$

i) $\vec{\upsilon}_K \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$, αφού $\dfrac{m}{m+M} > 0$

ii) $\upsilon_K = \dfrac{m}{m+M}\upsilon$ (1), δηλαδή $\upsilon_K \neq 0$

Σύμφωνα με την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας σε πλαστική κρούση ισχύει:

$$K_{\lambda.\pi.} = K_{\alpha.\mu.} + E_{\alpha\pi\omega\lambda.} \Rightarrow E_{\alpha\pi\omega\lambda.} = K_{\lambda.\pi.} - K_{\alpha\mu.} = K - K_{\alpha.\mu.} \Rightarrow E_{\alpha\pi\omega\lambda.} = 100J - K_{\alpha.\mu.},$$

αλλά $K_{\alpha.\mu.} = \dfrac{1}{2}(M+m)\upsilon_K^2 \neq 0$, οπότε:

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda.} < 100J = E_{\alpha\pi\omega\lambda.(\min)},$$

<u>πράγμα που σημαίνει ότι το βλήμα δεν σφηνώνεται ολόκληρο.</u>

β. Είναι:

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = K_{\lambda.\pi.} - K_{\alpha.\mu.} \Rightarrow E_{\alpha\pi\omega\lambda.} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m+M)\upsilon_K^2 \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow E_{\alpha\pi\omega\lambda.} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m+M)\frac{m^2}{(m+M)^2}\upsilon^2 \Rightarrow$$

$$\left.\begin{aligned} E_{\alpha\pi\omega\lambda.} &= \frac{1}{2}m\upsilon^2\left(1-\frac{m}{m+M}\right) \\ K_{\lambda.\pi.} &= K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_{\alpha\pi\omega\lambda.} = \frac{M}{M+m}\cdot K \text{ ή } \boxed{K = \frac{M+m}{M}E_{\alpha\pi\omega\lambda}} \quad (2)$$

Από την σχέση (2) προκύπτει η $K_{\min}$ για $E_{\alpha\pi\omega\lambda.} = E_{\alpha\pi\omega\lambda.(\min)} = 100J$ δηλαδή:

$$K_{\min} = \frac{1{,}2kg}{1kg}\cdot 100J \Rightarrow \underline{\underline{K_{\min} = 120J}}$$

γ. Η εξίσωση (2) δίνει:

$$K = \left(1+\frac{m}{M}\right)\cdot E_{\alpha\pi\omega\lambda.} \text{ ή}$$

$$\frac{m}{M}+1 = \frac{K}{E_{\alpha\pi\omega\lambda.}} \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{K}{E_{\alpha\pi\omega\lambda.}} - 1 \underset{K=100J}{\overset{E_{\alpha\pi\omega\lambda.}=E_{\alpha\pi\omega\lambda.(\min)}=100J}{\Rightarrow}} \frac{m}{M} = \frac{100J}{100J} - 1 \Rightarrow \frac{m}{M} = 1-1 \Rightarrow \underline{\underline{\frac{m}{M} = 0}},$$

αλλά $m \neq 0$, **άρα πρέπει M>>m**.

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Τα σημερινά θέματα Φυσικής κατεύθυνσης χαρακτηρίζονται από ιδιαίτερα αυξημένη δυσκολία τόσο στα θεωρητικά θέματα όσο και στα προβλήματα.

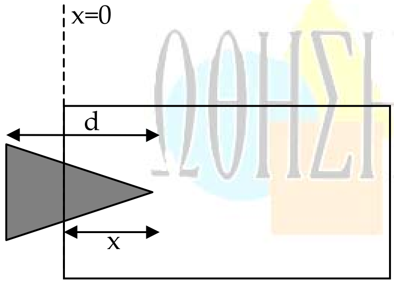
Τα θεωρητικά θέματα απαιτούσαν λεπτομεριακή γνώση της θεωρίας του σχολικού βιβλίου με αυξημένη δυσκολία στο 2ο θέμα.

Το τελευταίο θέμα είναι αρκετά δύσκολο και ειδικά το ερώτημα γ δημιουργεί ανασφάλεια στους υποψηφίους λόγω του αποτελέσματος.

Κατά συνέπεια οι βαθμολογικές διακρίσεις θα είναι σημαντικές και οι υψηλές βαθμολογίες ίσως δύσκολα θα επιτευχθούν.

ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΤΡΟΠΟΣ ΛΥΣΗΣ ΤΟΥ 4ου ΘΕΜΑΤΟΣ

Γενικά



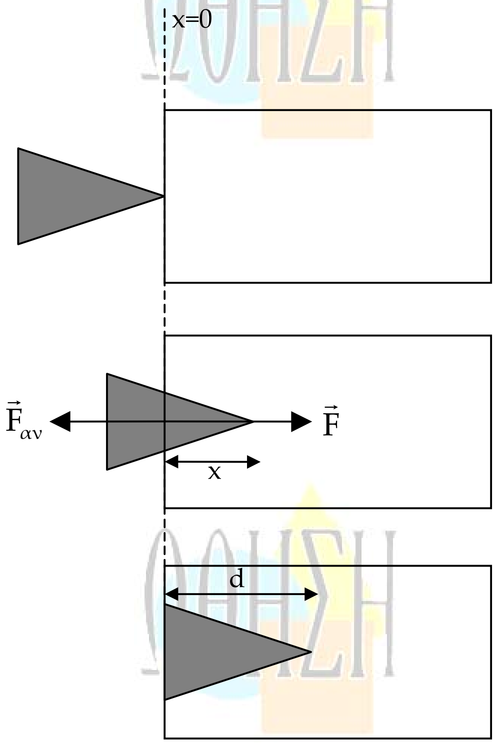
Έστω: d το ύψος της σφήνας και x η ανεξάρτητη μεταβλητή που μας δείχνει πόσο έχει εισχωρήσει η κορυφή της σφήνας στο σώμα Σ δηλαδή την σχετική μετατόπισή της ως προς το σώμα.

Είναι φανερό από το σχήμα ότι:

$\underline{0 \le x < d}$ (1) Η σφήνα δεν έχει εισχωρήσει ολόκληρη στο σώμα (Σ).

$\underline{\underline{x \ge d}}$ (2) Η σφήνα έχει εισχωρήσει ολόκληρη στο σώμα (Σ). Άρα η ισότητα x=d καλύπτει την οριακή περίπτωση που μόλις η σφήνα έχει εισχωρήσει στο σώμα Σ.

Ι. Το σώμα Σ είναι σταθερό.



Όταν το σώμα Σ είναι σταθερό στην σφήνα που εισχωρεί κινούμενη με σταθερή και αμελητέα ταχύτητα ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

i) Η δύναμη $\vec{F}$ από τα χέρια μας μέσω του έργου της οποίας της προσφέρω ενέργεια $E = W_{\vec{F}}$.

ii) Η $\vec{F}_{αν}$ από το σώμα Σ που αντιτίθεται στην διείσδυση της σφήνας.

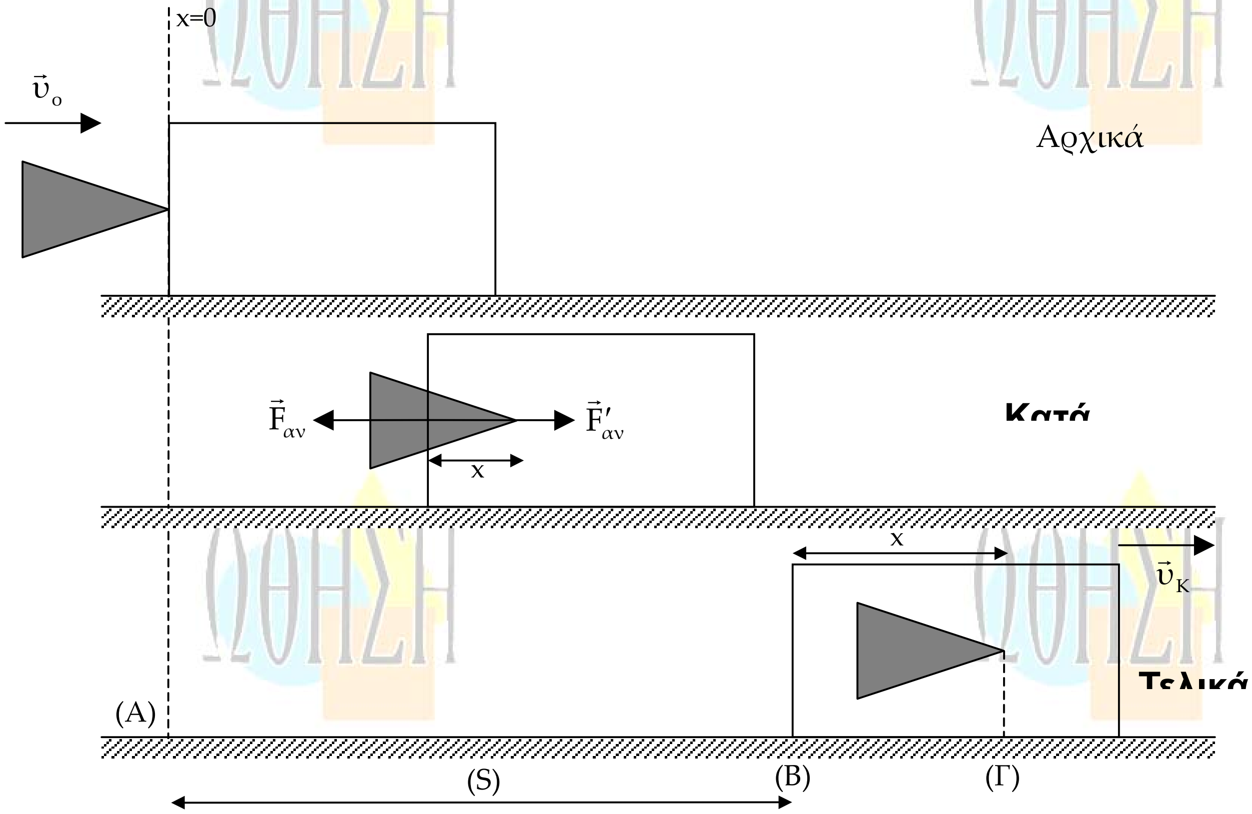
Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την σφήνα από την κατάσταση που αρχίζει να εισέρχεται στο σώμα (x=0) μέχρι την κατάσταση που έχει εισέλθει στο σώμα (x ≥ d) έχουμε:

$$\Delta K = \Sigma W_{\vec{F}} \Rightarrow K_T - K_α = W_{\vec{F}} + W_{\vec{F}_{αν}} \Rightarrow 0 = W_{\vec{F}} - \left|W_{\vec{F}_{αν}}\right| \Rightarrow W_{\vec{F}} = \left|W_{\vec{F}_{αν}}\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = \left|W_{\vec{F}_{αν}}\right|$$

Είναι φανερό ότι η ελάχιστη ενέργεια καταβάλλεται όταν η σφήνα μόλις εισέρχεται στο σώμα (x=d).

Άρα $\boxed{E_{min} = \left|W_{\vec{F}_{\alpha\nu}}\right|_{(0-d)}}$ (1).



ΙΙ. Το σώμα Σ είναι αρχικά ακίνητο στο λείο οριζόντιο επίπεδο.

$\vec{F}_{\alpha\nu}$: η δύναμη που ασκεί στην σφήνα το σώμα Σ κατά την διεύθυνση της κίνησής της.

$\vec{F}'_{\alpha\nu}$: η δύναμη που ασκεί η σφήνα στο σώμα Σ εξ' αιτίας της οποίας το σώμα Σ αρχίζει να κινείται επιταχυνόμενο στο λείο οριζόντιο επίπεδο.

Οι προηγούμενες δυνάμεις είναι δράση αντίδραση άρα κατά μέτρο ίσες οπότε: $\left|\vec{F}_{\alpha\nu}\right| = \left|\vec{F}'_{\alpha\nu}\right| = F_{\alpha\nu}$.

Είναι φανερό ότι η σχετική κίνηση της σφήνας ως προς το σώμα Σ σταματά όταν τόσο η σφήνα όσο και το κιβώτιο αποκτήσουν ως προς τον ακίνητο παρατηρητή την ίδια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_K$.

Έστω ότι τότε και ως προς τον ίδιο παρατηρητή το σώμα θα έχει μετατοπιστεί κατά S ενώ η σφήνα κατά S+x.

Ενώ για να ολοκληρωθεί η διείσδυση θα πρέπει $x \geq d$.

Στην προηγούμενη μετακίνηση κατά S του σημείου εφαρμογής της η $F'_{αν}$ παράγει έργο.

$$W_{\vec{F}'_{αν(A\to B)}} = \left|W_{F_{αν(A\to B)}}\right|$$

ενώ η $\vec{F}_{αν}$ που μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά S+x παράγει έργο.

$$W_{\vec{F}_{αν(A\to Γ)}} = W_{F_{αν(A\to B)}} + W_{\vec{F}_{αν(B\to Γ)}} = -\left|W_{\vec{F}_{αν(A\to B)}}\right| - \left|W_{\vec{F}_{αν(O\to x)}}\right|$$

Προσθέτοντας τις δύο προηγούμενες σχέσεις έχουμε:

$$W_{\vec{F}'_{αν(A\to B)}} + W_{\vec{F}_{αν(A\to Γ)}} = \left|W_{\vec{F}_{αν(A\to B)}}\right| - \left|W_{\vec{F}_{αν(A\to B)}}\right| - \left|W_{\vec{F}_{αν(O\to x)}}\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{\vec{F}'_{αν(A\to B)}} + W_{\vec{F}_{αν(A\to Γ)}} = -\left|W_{\vec{F}_{αν(O\to x)}}\right| \quad (2)$$

Στην συνέχεια αν εφαρμόσουμε το Θ.Μ.Κ.Ε τόσο για την σφήνα όσο και για το σώμα από την στιγμή που έρχονται σε επαφή μέχρι να αποκτήσουν κοινή ταχύτητα έχουμε αντίστοιχα:

ΣΦΗΝΑ: $\Delta K_{A\to Γ} = W_{\vec{F}_{αν}(A\to Γ)} \Rightarrow K_{(Γ)} - K_{(A)} = W_{\vec{F}_{αν}(A\to Γ)} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mυ_K^2 - \frac{1}{2}mυ_o^2 = W_{\vec{F}_{αν}(A\to Γ)} \quad (3)$$

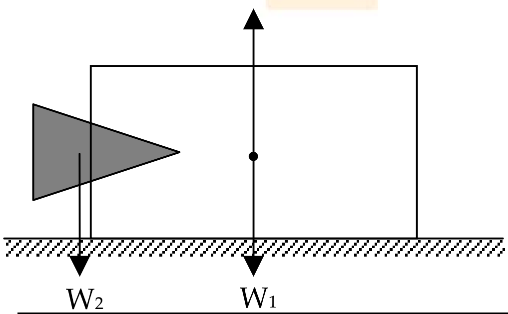
ΣΩΜΑ: $\Delta K_{(A\to B)} = W_{\vec{F}'_{αν}(A\to B)} \Rightarrow K_{(B)} - K_{(A)} = W_{\vec{F}'_{αν}(A\to B)} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}Mυ_K^2 = W_{\vec{F}'_{αν}(A\to B)} \quad (4)$$

Προσθέτοντας επομένως τις σχέσεις 3,4 έχουμε:

$$\frac{1}{2}(m+M)υ_K^2 - \frac{1}{2}mυ_o^2 = W_{\vec{F}_{αν}(A\to Γ)} + W_{\vec{F}'_{αν}(A\to B)} \overset{(2)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(m+M)υ_K^2 - \frac{1}{2}mυ_o^2 = -\left|W_{\vec{F}_{αν}(O\to x)}\right| \Rightarrow \left|W_{\vec{F}_{αν}(O\to x)}\right| = \frac{1}{2}mυ_o^2 - \frac{1}{2}(m+M)υ_K^2 \quad (5)$$



Όμως στο σύστημα σφήνα – σώμα οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται είναι:

i) Το ολικό βάρος του συστήματος $W_{ολ} = (m+M)g$ απ' το πεδίο βαρύτητας της γης.

ii) Η δύναμη επαφής $\vec{N}$ που ασκεί το λείο οριζόντιο επίπεδο στο σώμα Σ.

Επειδή το σύστημα δεν κινείται κατακόρυφα:

$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow \vec{N} + \vec{W}_{ολ} = \vec{0} \Rightarrow \sum \vec{F}_{εξ} = \vec{0}$ άρα το σύστημα είναι μονωμένο οπότε ισχύει γι' αυτό η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{p}_{συστ(αρχ)} = \vec{p}_{συσ(τελ)} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p} \Rightarrow \vec{p}_1 = \vec{p}$$

$$\begin{cases} \vec{p}_1 \downarrow\downarrow \vec{p} \Rightarrow \vec{\upsilon}_o \downarrow\downarrow \vec{\upsilon}_K \\ |\vec{p}_1| = |\vec{p}| \Rightarrow m\upsilon_o = (m+M)\upsilon_K \Rightarrow \upsilon_K = \dfrac{m\upsilon_o}{(m+M)} \quad (6) \end{cases}$$

Άρα από την (5) λόγω της (6) έχουμε:

$$\left|W_{\vec{F}_{αν(O\to x)}}\right| = \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 - \frac{1}{2}(m+M)\frac{m^2\upsilon_o^2}{(m+M)^2} \Rightarrow \left|W_{\vec{F}_{αν(O\to x)}}\right| = \frac{1}{2}m\upsilon_o^2\left(1 - \frac{m}{m+M}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|W_{\vec{F}_{αν(O\to x)}}\right| = K\frac{m+M-m}{m+M} \Rightarrow \left|W_{\vec{F}_{αν(O\to x)}}\right| = \frac{M}{m+M}\cdot K$$

όπου Κ η κινητική ενέργεια της σφήνας πριν την κρούση.

Ακόμα για να εισχωρήσει η σφήνα ολόκληρη στο σώμα πρέπει:

$$x \geq d \Rightarrow \left|W_{\vec{F}_{αν(0\to x)}}\right| \geq \left|W_{\vec{F}_{αν(0\to d)}}\right| \Rightarrow \boxed{\frac{M}{m+M}K \geq E_{min}} \quad (7)$$

α) Αν M=5m, K=100J και E_{min}=100J από την (7) έχουμε:

$$\frac{5m}{6m}\cdot 100 \geq 100 \Rightarrow \frac{500}{6} \geq 100 \Rightarrow 500 \geq 600$$

Άτοπο, άρα η σφήνα δεν εισχωρεί ολόκληρη στο σώμα Σ.

β) Αν M=5m και E_{min}=100J από την (7) έχουμε:

$$\frac{5m}{6m}\cdot 100 \geq 100 \Rightarrow K \geq \frac{600}{5}J \Rightarrow K \geq 120J \Rightarrow K_{min} = 120j$$

γ) Αν K=100J

E_{min}: Θεωρώ ότι στο συγκεκριμένο σημείο εστιάζεται το πρόβλημα της άσκησης.

Αλήθεια ποιος μας εγγυάται ότι τα υλικά από τα οποία είναι κατασκευασμένα η σφήνα και το σώμα παραμένουν τα ίδια , όπως και η γεωμετρία των σχημάτων τους, ώστε να μπορώ να θεωρήσω ότι και σ'αυτή την περίπτωση ισχύει E_{min}=100J;

Άρα αποτελεί παράλειψη της εκφώνησης να μην διευκρινίσει ότι σ' όλες τις περιπτώσεις η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για να εισέλθει οριακά η σφήνα στο σώμα παραμένει η ίδια.

Αν επομένως θεωρήσω ότι E_{min}=100J , τότε από την (7) προκύπτει:

$$\frac{M}{m+M}100 \geq 100 \Rightarrow \frac{M}{m+M} \geq 1 \Rightarrow M \geq M + m \Rightarrow 0 \geq m \Rightarrow m = 0$$

Άρα ο λόγος $\frac{m}{M}$ είναι: $\frac{m}{M}$=0.

Αυτό από φυσική άποψη σημαίνει ότι η μάζα της σφήνας είναι πολύ μικρότερη από τη μάζα του σώματος m<<M .Όπως για παράδειγμα η σφήνα να σφηνώνεται σε μία ανένδοτη επιφάνεια (τοίχος).