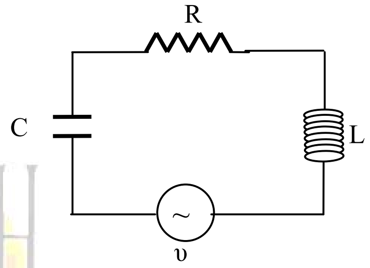
Τρίτη, 01 Ιουνίου 2006
Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις 1-4 και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Στο κύκλωμα των εξαναγκασμένων ηλεκτρικών ταλαντώσεων του σχήματος



α. το πλάτος I της έντασης του ρεύματος είναι ανεξάρτητο της συχνότητας της εναλλασσόμενης τάσης.
β. η συχνότητα της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος είναι πάντοτε ίση με την ιδιοσυχνότητά του.
γ. η ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος είναι ανεξάρτητη της χωρητικότητας C του πυκνωτή.
δ. όταν η συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος, έχουμε μεταφορά ενέργειας στο κύκλωμα κατά το βέλτιστο τρόπο.

Μονάδες 5

2. Μονοχρωματική ακτίνα φωτός προσπίπτει πλάγια στη διαχωριστική επιφάνεια δύο οπτικών μέσων 1 και 2. Οι δείκτες διάθλασης στα μέσα 1 και 2 είναι αντίστοιχα n_1 και n_2 με $n_1 < n_2$. Αν η μονοχρωματική ακτίνα ανακλάται ολικά
α. υπάρχει διαθλώμενη ακτίνα.
β. η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.
γ. η γωνία πρόσπτωσης είναι μικρότερη από την κρίσιμη γωνία ανάκλασης.
δ. η ταχύτητα διάδοσής της μεταβάλλεται.

Μονάδες 5

3. Σε ένα στάσιμο κύμα όλα τα μόρια του ελαστικού μέσου στο οποίο δημιουργείται
α. έχουν ίδιες κατά μέτρο μέγιστες ταχύτητες.
β. έχουν ίσα πλάτη ταλάντωσης.
γ. διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας.
δ. έχουν την ίδια φάση.

Μονάδες 5

4. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με το ίδιο πλάτος A και συχνότητες f_1 και f_2 που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους.
α. το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης είναι 2A.
β. όλα τα σημεία ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος.
γ. ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι $T = \dfrac{1}{f_1 + f_2}$.
δ. ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι $T = \dfrac{1}{2|f_1 - f_2|}$.

Μονάδες 5

*Στην παρακάτω ερώτηση 5 να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό** για τη σωστή πρόταση και τη λέξη **Λάθος** για τη λανθασμένη.*

5. α. Το φαινόμενο Doppler χρησιμοποιείται από τους γιατρούς, για να παρακολουθούν τη ροή του αίματος.
β. Στις ανελαστικές κρούσεις δεν διατηρείται η ορμή.
γ. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, η συνεισφορά κάθε κύματος στην απομάκρυνση κάποιου σημείου του μέσου εξαρτάται από την ύπαρξη του άλλου κύματος.
δ. Όταν μονοχρωματικό φως διέρχεται από ένα μέσο σε κάποιο άλλο με δείκτες διάθλασης $n_1 \neq n_2$, το μήκος κύματος της ακτινοβολίας είναι το ίδιο στα δύο μέσα.
ε. Η σταθερά απόσβεσης b σε μία φθίνουσα ταλάντωση εξαρτάται και από τις ιδιότητες του μέσου.

Μονάδες 5

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

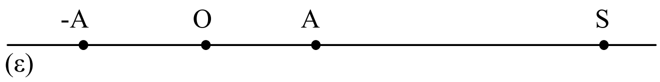
1. → (δ)
2. → (β)
3. → (γ)
4. → (α)

5. → α. → Σωστό
β. → Λάθος
γ. → Λάθος
δ. → Λάθος
ε. → Σωστό

ΘΕΜΑ 2ο

Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Σε σημείο ευθείας ε βρίσκεται ακίνητη ηχητική πηγή S που εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας. Πάνω στην ίδια ευθεία ε παρατηρητής κινείται εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής θα είναι μέγιστη, όταν αυτός βρίσκεται

α. στη θέση ισορροπίας O της ταλάντωσής του κινούμενος προς την πηγή.

β. σε τυχαία θέση της ταλάντωσής του απομακρυνόμενος από την πηγή.

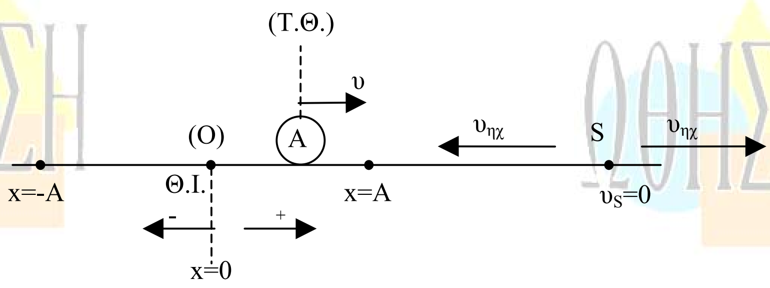
γ. σε μία από τις ακραίες θέσεις της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



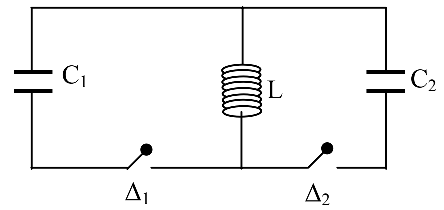
Σε τυχαία θέση της Α.Α.Τ. του παρατηρητή, με ταχύτητα υ προς την πηγή, η συχνότητα f_A του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι:

$$f_A = f_S \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon}{\upsilon_{\eta\chi}} \text{ ή } f_A = f_S\left(1 + \frac{\upsilon}{\upsilon_{\eta\chi}}\right) \quad (1)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (1) για να είναι $f_A = f_{A(max)}$ θα πρέπει $\upsilon = +\upsilon_{max} = +\omega \cdot A$. Συνεπώς ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται ήχο μέγιστης συχνότητας όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας Ο της ταλάντωσής του κινούμενος προς την πηγή.

<u>**Επομένως σωστό είναι το *α***</u>.

2. Στο ιδανικό κύκλωμα LC του σχήματος έχουμε αρχικά τους διακόπτες $Δ_1$ και $Δ_2$ ανοικτούς.



Ο πυκνωτής χωρητικότητας C_1 έχει φορτιστεί μέσω πηγής συνεχούς τάσης με φορτίο Q_1. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ο διακόπτης $Δ_1$ κλείνει, οπότε στο κύκλωμα LC_1 έχουμε αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{5T}{4}$, όπου Τ η περίοδος της ταλάντωσης του κυκλώματος LC_1, ο διακόπτης $Δ_1$ ανοίγει και ταυτόχρονα κλείνει ο $Δ_2$. Το μέγιστο φορτίο Q_2 που θα αποκτήσει ο πυκνωτής χωρητικότητας C_2, όπου $C_2 = 4C_1$, κατά τη διάρκεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος LC_2 θα είναι ίσο με

α. Q_1.

β. $\frac{Q_1}{2}$.

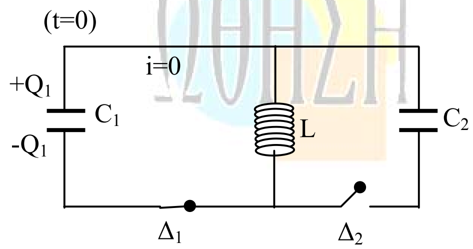
γ. $2\,Q_1$.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



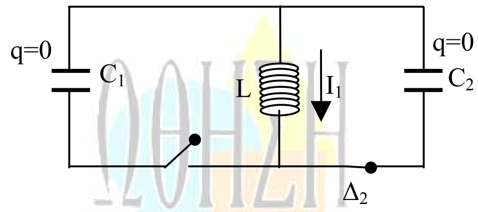
Για το κύκλωμα LC_1 έχουμε την t=0: $\begin{cases} q = +Q \\ i = 0 \end{cases}$,

οπότε προκύπτει ότι

$$q = Q_1 συν(\omega_1 t) \overset{(t=\frac{5T_1}{4})}{\Rightarrow} q = Q_1 συν(\frac{2\pi}{T_1}\frac{5T_1}{4}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = Q_1 συν(\frac{5\pi}{2}) \Rightarrow q = Q_1 συν(2\pi + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow q = 0,$$

οπότε αντίστοιχα είναι $i = -I_1 ημω_1 t \overset{(t=\frac{5T_1}{4})}{\Rightarrow} i = -I_1 ημ(2π + \frac{π}{2}) \Rightarrow i = -I_1$.



Όταν ανοίξει ο διακόπτης $Δ_1$ και κλείσει ο διακόπτης $Δ_2$ έχουμε q=0 και $|i|=I_1$ για την ηλεκτρική ταλάντωση του κυκλώματος LC_2. Δηλαδή η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος και στα δύο κυκλώματα LC είναι η ίδια. Επομένως:

$$I_1 = I_2 \Rightarrow ω_1 Q_1 = ω_2 Q_2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{LC_1}} Q_1 = \frac{1}{\sqrt{LC_2}} Q_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{\sqrt{LC_1}} = \frac{Q_2}{\sqrt{LC_2}} \Rightarrow$$

$$\frac{Q_1}{\sqrt{LC_1}} = \frac{Q_2}{\sqrt{L4C_1}} \Rightarrow \frac{Q_1}{\sqrt{LC_1}} = \frac{Q_2}{2\sqrt{LC_1}} \Rightarrow \underline{\underline{Q_2 = 2Q_1}}.$$

<u>Σημείωση:</u>
Μια δεύτερη προσέγγιση μπορεί να γίνει με τη βοήθεια της Α.Δ.Ε. για την ηλεκτρική ταλάντωση. Έτσι, αφού την $t_1 = \frac{5T}{4}$ η ένταση του ρεύματος είναι μέγιστη κατά απόλυτη τιμή ισχύει $U_B = U_B^{max} = E_{ολ} = U_E^{max}$. Άρα ισχύει:

$$E_{ολ(1)} = E_{ολ(2)} \quad ή \quad U_{E(1)}^{max} = U_{E(2)}^{max} \quad ή \quad \frac{Q_1^2}{2C_1} = \frac{Q_2^2}{2C_2} \quad ή \quad \frac{Q_1^2}{2C_1} = \frac{Q_2^2}{2 \cdot 4 \cdot C_1} \quad ή$$

$$Q_2^2 = 4Q_1^2 \quad ή \quad \underline{\underline{Q_2 = 2Q_1}}.$$

<u>Επομένως σωστό είναι το γ</u>.

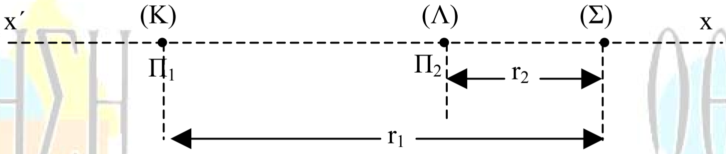
3. Κατά μήκος ευθείας x'x βρίσκονται στις θέσεις Κ και Λ δύο σημειακές πηγές $Π_1$ και $Π_2$ παραγωγής μηχανικών αρμονικών κυμάτων. Η εξίσωση που περιγράφει τις απομακρύνσεις τους από τη θέση ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι y=Αημωt.
Η απόσταση (ΚΛ) είναι 6cm. Το μήκος κύματος των παραγόμενων κυμάτων είναι 4cm. Στο σημείο Σ της ευθείας x'x, το οποίο δεν ανήκει στο ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ και δεν βρίσκεται κοντά στις πηγές, το πλάτος ταλάντωσης του Α' θα είναι
α. Α'=2Α.
β. Α'= 0.
γ. 0<Α'<2Α.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



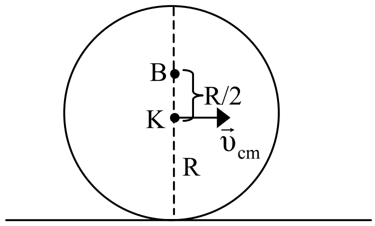
Για το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Σ έχουμε:

$$A' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\pi\frac{(r_1 - r_2)}{\lambda}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{\pi(K\Lambda)}{\lambda}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{\pi(6cm)}{(4cm)}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{2}\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{A' = 0}}$$

<u>Επομένως σωστό είναι το β</u>.

4. Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του Κ είναι υ_{cm}.
Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση Β της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση R/2 από το Κ θα είναι



α) $\frac{3}{2}\upsilon_{cm}$.

β) $\frac{2}{3}\upsilon_{cm}$.

γ) $\frac{5}{2}\upsilon_{cm}$.

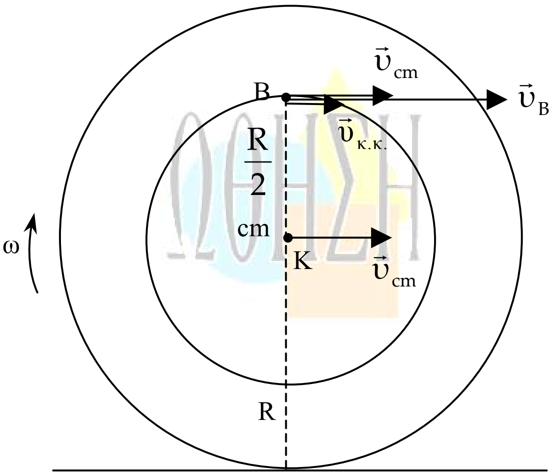
Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Το σημείο στη θέση Β έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{cm}$ λόγω μεταφορικής κίνησης του στερεού και ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{κ.κ.}$ κυκλικής κίνησης εξαιτίας της περιστροφικής κίνησης του στερεού με κατευθύνσεις που φαίνονται στο σχήμα. Για την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_B$ της σύνθετης κίνησης του σημείου στη θέση Β ισχύει:



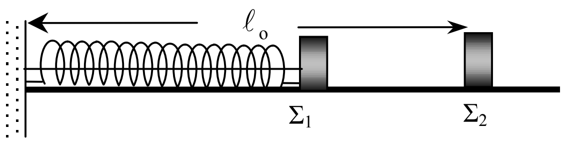
$$\vec{\upsilon}_B = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_{κ.κ.} \overset{(\vec{\upsilon}_{cm} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}_{κ.κ.})}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \upsilon_B = \upsilon_{cm} + \upsilon_{κ.κ.} \underset{(\upsilon_{cm}=\omega R)}{\overset{(\upsilon_{κ.κ.}=\omega\frac{R}{2}=\frac{\upsilon_{cm}}{2})}{\Rightarrow}} \upsilon_B = \frac{3\upsilon_{cm}}{2}.$$

<u>Επομένως σωστό είναι το α</u>.

ΘΕΜΑ 3ο

Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, αμελητέων διαστάσεων , με μάζες m_1=1Kg και m_2=3Kg αντίστοιχα είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα $Σ_1$ είναι δεμένο στη μία άκρη οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m. Η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένη . Το ελατήριο με την βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά 0,2 m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το $Σ_2$ ισορροπεί στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος ℓ_o του ελατηρίου.



Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα $Σ_1$ κινούμενο προς τα δεξιά συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα $Σ_2$. Θεωρώντας ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά κίνησης την προς τα δεξιά , να υπολογίσετε

α) την ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ λίγο πριν την κρούση του με το σώμα $Σ_2$.

Μονάδες 6

β) τις ταχύτητες των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$, αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

γ) την απομάκρυνση του σώματος $Σ_1$, μετά την κρούση , σε συνάρτηση με το χρόνο.

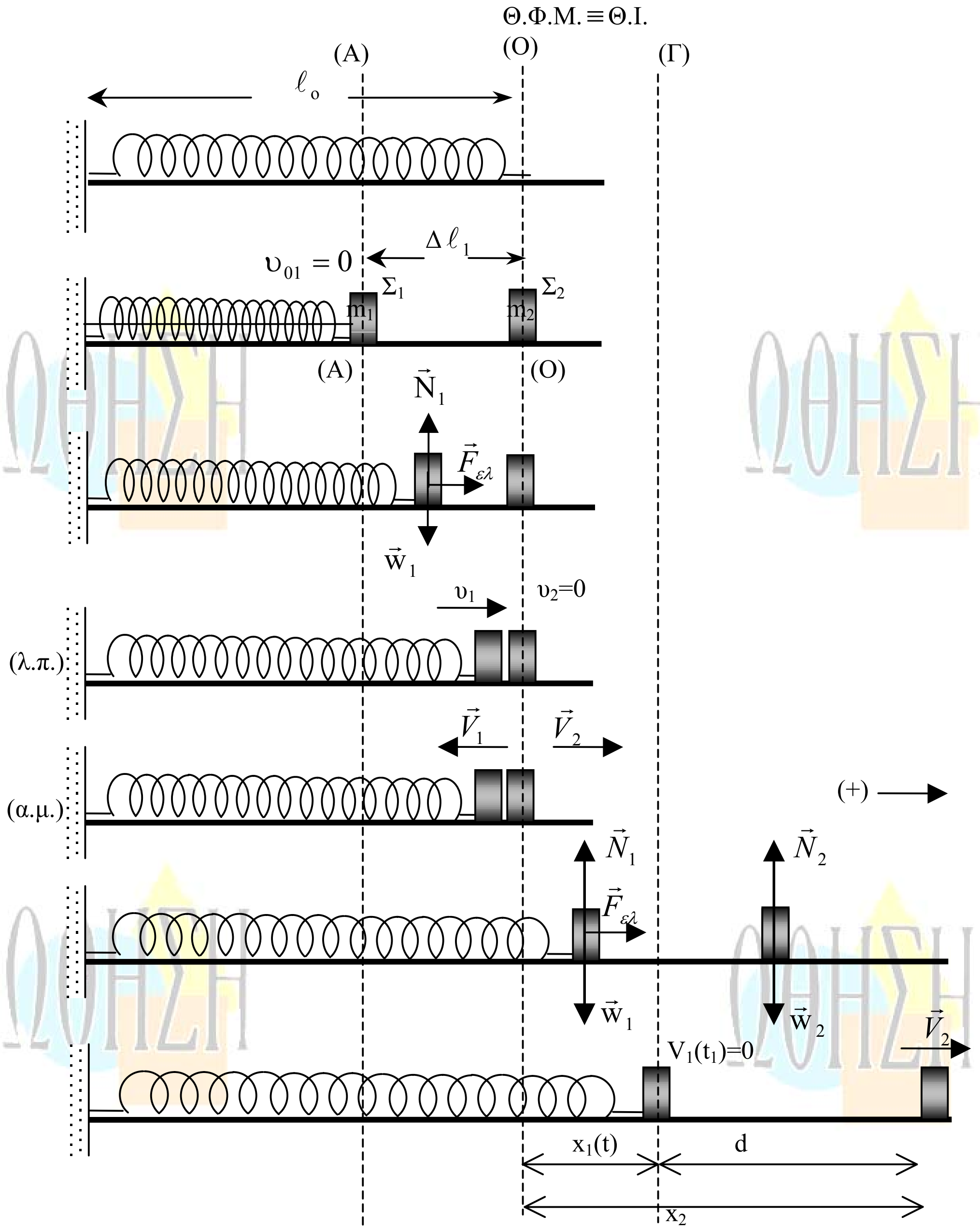
Μονάδες 6

δ) την απόσταση μεταξύ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2.όταν το σώμα Σ_1 ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά.

Μονάδες 7

Δεχθείτε την κίνηση του σώματος Σ_1 τόσο πριν, όσο και μετά την κρούση ως απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς k.
Δίνετε π=3,14.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



α)Με εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του Σ_1 μεταξύ Α και Ο παίρνουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda(O_{\lambda.\pi.})}-K_{\alpha\rho\chi(A)}=W_{\vec{w}_1}+W_{\vec{N}_1}+W_{\vec{F}\varepsilon\lambda}\Rightarrow\frac{1}{2}m\upsilon_1^2-0=0+0+\frac{1}{2}k\Delta\ell_1^2-0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\upsilon_1 = \Delta\ell_1\sqrt{\frac{k}{m_1}}} \Rightarrow \upsilon_1 = 0{,}2\sqrt{\frac{100}{1}}m/s \Rightarrow \boxed{\upsilon_1 = 2m/s}.$$

β) Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. και Θ.Δ.Μ.Ε. κατά το χρονικό διάστημα που διαρκεί η ελαστική κρούση και επειδή υ_2=0 θα ισχύουν:

$$V_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{m_1 - 3m_1}{m_1 + 3m_1}\upsilon_1 \Rightarrow \boxed{V_1 = -\frac{\upsilon_1}{2} = -1m/s}$$

$$V_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{2m_1}{m_1 + 3m_1}\upsilon_1 \Rightarrow \boxed{V_2 = \frac{\upsilon_1}{2} = 1m/s}$$

γ) Η γωνιακή συχνότητα και η περίοδος της ταλάντωσής του Σ_1 είναι

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{100}{1}}\ r/s \Rightarrow \omega = 10r/s \quad \text{και} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5}s.$$

Την t_o=0 έχουμε :

$$\left.\begin{array}{r} x(t_o) = 0 \Leftrightarrow \Theta.I. \Leftrightarrow \upsilon(t_o) = \pm\upsilon_{max} \\ \text{αλλά}\ \upsilon(t_o) = V_1 = -1m/s \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} \upsilon(t_o) = -\upsilon_{max} \\ \upsilon_{max} = 1m/s \end{array}\right\}$$

Επομένως ισχύει $\upsilon_{max} = \omega A \Leftrightarrow A = \frac{\upsilon_{max}}{\omega} = \frac{1}{10}m \Rightarrow$ Α= 0,1 m.

Αφού το σώμα Σ_1 εκτελεί Α.Α.Τ. η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο θα δίνεται από τη σχέση:

$$V_1(t) = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o) \quad (A)$$

Για $t_o = 0$ που $\upsilon(t_o) = -\upsilon_{max} \overset{(A)}{\underset{(t=0)}{\Rightarrow}} -\upsilon_{max} = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_o \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi_o = -1 \overset{(0\le\varphi_o<2\pi)}{\Rightarrow} \varphi_o = \pi\ rad.$

Επομένως η απομάκρυνση του Σ_1 σε συνάρτηση με το χρόνο είναι

$$x(t) = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o) \Rightarrow \boxed{x(t) = 0{,}1\eta\mu(10t + \pi)}\ (S.I.)$$

δ) Από την (Α) για τις χρονικές στιγμές που μηδενίζεται η ταχύτητα θα έχουμε:

$$\upsilon(t_i) = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t_i + \varphi_o) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma\upsilon\nu(\omega t_i + \varphi_o) = 0 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu(10t_i + \pi) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\sigma\upsilon\nu(10t_i) = 0 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu(10t_i) = 0 \Rightarrow 10t_i = (2K+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_i = (2\kappa+1)\frac{\pi}{20}\ (sec),\ \text{με}\ \kappa=0,1,2,\ldots$$

Για 2η φορά είναι κ=1 . Άρα $t_1 = \frac{3\pi}{20}s$ ή $0{,}471s$.

Το σώμα Σ_2 εκτελεί Ε.Ο.Κ. (αφού $\Sigma\vec{F}_2 = \vec{N}_2 + \vec{W}_2 = \vec{0}$) με ταχύτητα $V_2 = 1m/s$, οπότε σε χρόνο t_1 έχει διατρέξει απόσταση : $x_2 = V_2 t_1 = 1\frac{3\pi}{20} \Rightarrow x_2 = \frac{3\pi}{20}m$.

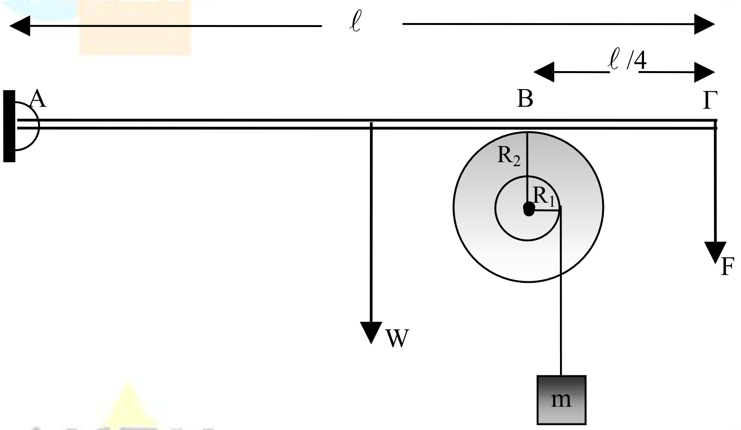
Αντίστοιχα η m_1 βρίσκεται στη θέση $x_1(t_1) = 0{,}1\eta\mu(10\frac{3\pi}{20} + \pi) = +0{,}1m$.

Άρα η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων θα είναι:

$$d = x_2 - x_1(t_1) = (\frac{3\pi}{20} - 0{,}1)m = \frac{3\pi - 2}{20}m \Rightarrow \boxed{d=0{,}371m}.$$

ΘΕΜΑ 4ο

Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος ℓ και μάζα M=3Kg έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο Γ ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 9N, με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R_1=0,1m και R_2=0,2m, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι $\frac{\ell}{4}$. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς άξονα περιστροφής είναι $I=0,09Kgm^2$. Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας R_1 είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας m=1Kg.

α) Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο Β από το στερεό.

Μονάδες 6

β) Αν το σώμα μάζας m ισορροπεί , να βρείτε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού.

Μονάδες 6

γ) Στο σημείο Β μεταξύ ράβδου και στερεού ρίχνουμε ελάχιστη ποσότητα λιπαντικής ουσίας έτσι, ώστε να μηδενιστεί η τριβή χωρίς να επιφέρει μεταβολή στη ροπή αδράνειας του στερεού. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m, όταν θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους 0,5m. Να θεωρείσετε ότι το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στον εσωτερικό κύλινδρο.

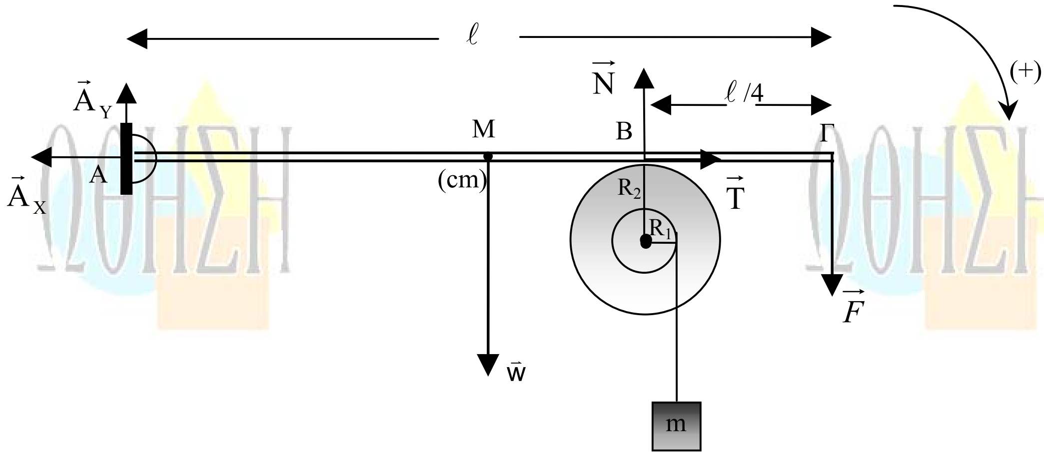
Μονάδες 6

δ) Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους 0,5m.

Μονάδες 7

Δίνεται $g=10m/s^2$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

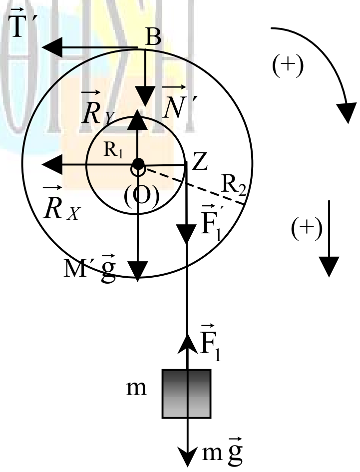


α) Οι δυνάμεις στη ράβδο είναι:

- από την άρθρωση στο Α οι $\vec{A}_x, \vec{A}_y$
- στο μέσον της Μ το βάρος της $\vec{w}$
- στο Β η δύναμη $\vec{N}$ από το στερεό και η στατική τριβή $\vec{T}$
- η κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ στο άκρο της Γ

Επειδή η ράβδος ισορροπεί θα ισχύει:

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow \tau_W + \tau_F + \tau_N = 0 \Rightarrow W.\frac{\ell}{2} + F.\ell - N.\frac{3L}{4} = 0 \Rightarrow \boxed{N=32N}$$



β) Οι δυνάμεις στο στερεό είναι:

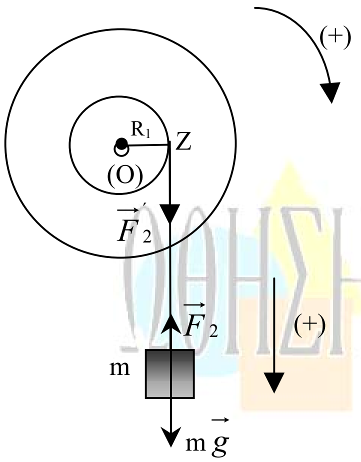
- στο σταθερό άξονα οι $\vec{R}_X, \vec{R}_Y$ και το βάρος του $M'\vec{g}$
- στο Β η στατική τριβή $\vec{T}'$ ($\vec{T}' = -\vec{T}$) και η $\vec{N}'$ ($\vec{N}' = -\vec{N}$) από τη ράβδο
- στο Ζ η $\vec{F}_1'$ από το νήμα.

Επειδή το σώμα μάζας m ισορροπεί:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow mg - F_1 = 0 \Rightarrow mg = F_1 \Rightarrow F_1 = mg = 10N$$

Από την ισορροπία του στερεού:

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow \tau_{F_1'} + \tau_{T'} = 0 \Rightarrow F_1'R_1 - T'R_2 = 0 \Rightarrow T' = \frac{F_1.R_1}{R_2} \Rightarrow \boxed{T' = 5N}$$



γ) Όταν το σώμα μάζας m αρχίζει και κινείται επιταχυνόμενο προς τα κάτω θα ισχύουν:

Για το m: $\Sigma F = m\alpha \Rightarrow mg - F_2 = m\alpha \Rightarrow F_2 = mg - m\alpha$ (1)

Για το στερεό: $\Sigma\tau_{(o)} = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow F_2'\cdot R_1 = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}$ (2)

Επειδή είναι αβαρές το νήμα $F_2=F_2'$ και επειδή κάθε σημείο του νήματος θα έχει την ίδια επιτάχυνση ισχύει

$$\alpha = \alpha_{(A)} \Rightarrow \alpha = \alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R_1,$$

άρα από την (2) έχουμε

$$F_2\cdot R_1 = I\cdot\frac{a}{R} \overset{(1)}{\Rightarrow} mg\cdot R_1 - m\alpha R_1 = I\cdot\frac{\alpha}{R_1} \Rightarrow \alpha(mR_1 + \frac{I}{R_1}) = mgR_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{mgR_1}{mR_1 + \frac{I}{R_1}} \Rightarrow \quad \alpha = 1\,m/s^2.$$

Το σώμα μάζας m εκτελεί Ε.Ο.Επιταχ. Κιν. με $\upsilon_o=0$, άρα

$$\left.\begin{aligned} \upsilon &= \alpha t \\ h &= \frac{1}{2}at^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{2\alpha h} \Rightarrow \boxed{\upsilon = 1\,m/s}$$

δ) Ο ρυθμός παραγωγής εργού στο στερεό είναι

$$\frac{dW_{\Sigma\tau}}{dt} = \frac{\Sigma\tau\cdot d\theta}{dt} = \Sigma\tau.\omega = F_2'R\omega = F_2(\omega R) = F_2\upsilon$$

από την (1) όμως προκύπτει $F_2 = m(g-\alpha) \Rightarrow F_2 = 9N$.

Άρα τελικά $\boxed{\frac{dW_{\Sigma\tau}}{dt} = 9J/s}$.

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Τα σημερινά θέματα καλύπτουν μεγάλο μέρος της εξεταστέας ύλης, είναι σαφή και ικανά να παρέχουν την απαραίτητη διαβάθμιση μεταξύ των υποψηφίων. Για την επίτευξη υψηλής βαθμολογίας από τους υποψηφίους χρειαζόταν, κατά την εξέταση, ιδιαίτερα προσεκτική προσέγγιση των θεμάτων γιατί αυτά είναι συνδυαστικά και ιδιαιτέρως απαιτητικά. Εκτιμούμε ότι υψηλές βαθμολογίες θα επιτευχθούν από πολύ καλά προετοιμασμένους υποψηφίους που δούλεψαν μεθοδικά και αποφασιστικά κατά τη διάρκεια της προετοιμασίας τους.