ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ
ΩΘΗΣΗ
Αφετηρία το μέλλον

ΓΥΜΝΑΣΙΟ / ΛΥΚΕΙΟ
ΩΘΗΣΗ
Αφετηρία το μέλλον

ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

εξετάσεις 2014

Επιμέλεια:
Ομάδα Φυσικών της Ώθησης

Τρίτη, 10 Ιουνίου 2014
Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις ***Α1-Α4*** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Τα μήκη κύματος τεσσάρων ηλεκτρομαγνητικών ακτινοβολιών που διαδίδονται στο κενό συμβολίζονται ως:

υπέρυθρο: λ_υ, ραδιοκύματα: λ_ρ, πράσινο ορατό φως: λ_π, ακτίνες Χ: λ_χ.

Η σχέση μεταξύ των μηκών είναι:

α) $\lambda_\chi > \lambda_\rho > \lambda_\upsilon > \lambda_\pi$

β) $\lambda_\rho > \lambda_\pi > \lambda_\upsilon > \lambda_\chi$

γ) $\lambda_\rho > \lambda_\upsilon > \lambda_\pi > \lambda_\chi$

δ) $\lambda_\upsilon > \lambda_\chi > \lambda_\rho > \lambda_\pi$

Μονάδες 5

Α2. Η ταχύτητα ενός ηχητικού κύματος εξαρτάται από:

α) την περίοδο του ήχου

β) το υλικό στο οποίο διαδίδεται το κύμα

γ) το μήκος κύματος

δ) το πλάτος του κύματος.

Μονάδες 5

Α3. Σε ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα ασκούνται ομοεπίπεδες δυνάμεις έτσι ώστε αυτό να εκτελεί μόνο επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση. Για τη συνισταμένη των δυνάμεων $\Sigma\vec{F}$ που του ασκούνται και για το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών $\Sigma\tau$ ως προς οποιοδήποτε σημείο του, ισχύει:

α) $\Sigma\vec{F} = 0,\ \Sigma\tau = 0$

β) $\Sigma\vec{F} \neq 0,\ \Sigma\tau \neq 0$

γ) $\Sigma\vec{F} \neq 0,\ \Sigma\tau = 0$

δ) $\Sigma\vec{F} = 0,\ \Sigma\tau \neq 0$

Μονάδες 5

Α4. Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται σε ένα σώμα μάζας m που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίση με F. Το πηλίκο $\frac{F}{m}$:

α) παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο

β) μεταβάλλεται αρμονικά σε σχέση με το χρόνο

γ) αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο

δ) γίνεται μέγιστο, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.

Μονάδες 5

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Κριτήριο για τη διάκριση των μηχανικών κυμάτων σε εγκάρσια και διαμήκη είναι η διεύθυνση ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου σε σχέση με την διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

β) Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα αντισταθμίζει τις απώλειες και έτσι το πλάτος της ταλάντωσης διατηρείται σταθερό.

γ) Κατά τη διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο κενό, το πηλίκο των μέτρων των εντάσεων του μαγνητικού και του ηλεκτρικού πεδίου ισούται με την ταχύτητα του φωτός $\left(\frac{B}{E} = c\right)$.

δ) Η συχνότητα μονοχρωματικής ακτινοβολίας μειώνεται, όταν η ακτινοβολία περνά από τον αέρα σε ένα διαφανές μέσο.

ε) Η γη έχει στροφορμή λόγω περιστροφής γύρω από τον άξονά της και λόγω περιφοράς γύρω από τον ήλιο.

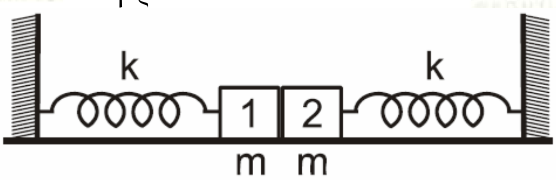
Μονάδες 5

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Α1. → γ.
Α2. → β.
Α3. → γ.
Α4. → β.
Α5. → α. → **Σωστό**
β. → **Σωστό**
γ. → **Λάθος**
δ. → **Λάθος**
ε. → **Σωστό**

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δύο όμοια σώματα, ίσων μαζών m το καθένα, συνδέονται με όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς k το καθένα, των οποίων τα άλλα άκρα είναι συνδεδεμένα σε ακλόνητα σημεία, όπως στο σχήμα. Οι άξονες των δύο ελατηρίων βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος ℓ_0 και το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκονται είναι λείο.



Μετακινούμε το σώμα 1 προς τα αριστερά κατά d και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα 1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα 2. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D = 2k. Αν A_1 το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος 1 πριν τη κρούση και A_2 το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση, τότε ο λόγος $\frac{A_1}{A_2}$ είναι:

i) 1 ii) $\frac{1}{2}$ iii) 2

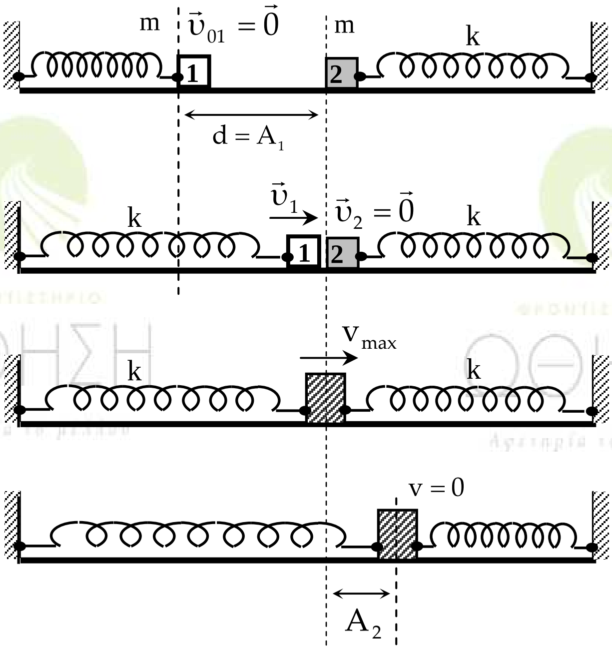
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



α) Σωστή απάντηση είναι η **iii)**.

β) <u>Αιτιολόγηση</u>:

Το σώμα μάζας m_1 εκτρέπεται κατά d και αφήνεται ελεύθερο, άρα A_1 = d. Το σύστημα ελατήριο – σώμα μάζας m_1 εκτελεί Α.Α.Τ. με $D_1 = k$. Όταν φτάνει στη θέση φυσικού μήκους του (η οποία αποτελεί και τη θέση ισορροπίας της Α.Α.Τ.) έχει ταχύτητα:

$$\left.\begin{array}{l} \upsilon_1 = \upsilon_{max}^{(1)} = \omega_1 \cdot A_1 \\ \text{όπου } \omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{\upsilon_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A_1} \quad (1)$$

Στη θέση αυτή συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας m_2 οπότε:

Α.Δ.Ο: $\vec{p}_{ολ}^{\,λ.π.} = \vec{p}_{ολ}^{\,α.μ.} \Rightarrow m \cdot υ_1 = 2mV \Rightarrow V = \frac{υ_1}{2} \overset{(1)}{=} \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \frac{A_1}{2} \Rightarrow V = \frac{A_1}{2} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$ (2)

Η ταχύτητα αυτή αποτελεί την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης για το σύστημα ελατήριο – συσσωμάτωμα, άρα:

$$\left.\begin{aligned} V = v_{max} = ω_2 \cdot A_2 \\ με\ ω_2 = \sqrt{\frac{2k}{2m}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow V = v_{max} = \sqrt{\frac{2k}{2m}} \cdot A_2 \quad (3)$$

Από (2), (3) : $\frac{A_1}{2} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2k}{2m}} \cdot A_2 \Rightarrow \frac{A_1}{2} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 2$

Β2. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με παραπλήσιες συχνότητες f_1 και f_2, ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους, που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με $f_1 > f_2$, παρουσιάζονται διακροτήματα με περίοδο διακροτήματος $T_Δ = 2$ s. Αν στη διάρκεια του χρόνου αυτού πραγματοποιούνται 200 πλήρεις ταλαντώσεις, οι συχνότητες f_1 και f_2 είναι:

i) f_1 200,5 = Hz, f_2 = 200 Hz
ii) f_1 = 100,25 Hz, f_2 = 99,75 Hz
iii) f_1 = 50,2 Hz, f_2 = 49,7 Hz

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Σωστή απάντηση είναι η **ii)**.

β) Αιτιολόγηση:

Στη διάρκεια μιας περιόδου διακροτήματος πραγματοποιούνται Ν ταλαντώσεις και ισχύει

$$N = \frac{T_Δ}{T} \Rightarrow T = \frac{T_Δ}{N} = \frac{2\,sec}{200} \Rightarrow T = \frac{1}{100} sec\ ,$$

όπου Τ η περίοδος της κίνησης που προκύπτει από τη σύνθεση των δύο Α.Α.Τ.

Αν είναι

$$\left.\begin{aligned} x_1 = Αημω_1 t \\ x_2 = Αημω_2 t \end{aligned}\right\} \Rightarrow x = 2A \cdot συν(\frac{ω_1 - ω_2}{2} \cdot t) \cdot ημ(\frac{ω_1 + ω_2}{2} \cdot t)$$

Δηλαδή η περίοδος της κίνησης αυτής είναι:

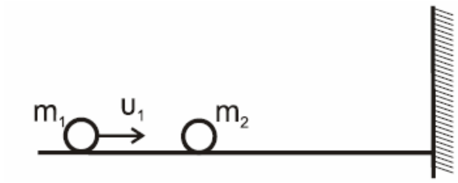
$$T = \frac{2π}{\frac{ω_1 + ω_2}{2}} = \frac{4π}{2π(f_1 + f_2)} \Rightarrow T = \frac{2}{f_1 + f_2}$$

Άρα $f_1 + f_2 = \dfrac{2}{T} = \dfrac{2}{\frac{1}{100}} Hz \Rightarrow \underline{\underline{f_1 + f_2 = 200Hz}}$ (1) $\left(\begin{array}{l}\text{Επειδή } f_1 > f_2 : \ f_1 = 100{,}25Hz \\ \qquad\qquad\qquad f_2 = 99{,}75Hz\end{array}\right)$

Επειδή: $T_\Delta = \dfrac{1}{f_\Delta} \Rightarrow \underline{f_\Delta = 0{,}5Hz}$ άρα: $\left.\begin{array}{l} f_\Delta = f_1 - f_2 = 0{,}5Hz \\ (1) \Rightarrow f_1 + f_2 = 200Hz \end{array}\right\} \Rightarrow 2f_1 = 200{,}5Hz \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{\underline{f_1 = 100{,}25Hz}}$ και $f_2 = 200Hz - f_1 \Rightarrow \underline{\underline{f_2 = 99{,}75Hz}}$

Β3. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο κινείται σφαίρα μάζας m_1 με ταχύτητα μέτρου $υ_1$. Κάποια χρονική στιγμή η σφαίρα μάζας m_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 ($m_2 > m_1$). Μετά την κρούση με τη μάζα m_1, η m_2 συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο.



Παρατηρούμε ότι η απόσταση των μαζών m_1 και m_2, μετά την κρούση της m_2 με τον τοίχο, παραμένει σταθερή. Ο λόγος των μαζών $\dfrac{m_1}{m_2}$ είναι:

i) 3 ii) 1 iii) $\dfrac{1}{3}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

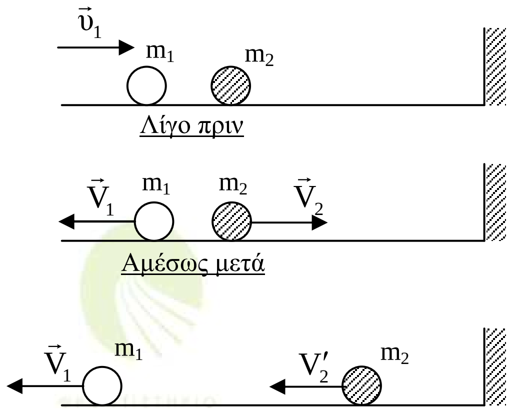
Μονάδες 7

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Σωστή απάντηση είναι η **iii)**.

β) Αιτιολόγηση:

Οι ταχύτητες των σφαιρών μετά τη μετωπική και ελαστική τους κρούση είναι:



$$V_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} υ_1 \quad (1)$$

$$V_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} υ_1 \quad (2)$$

Μετά την ελαστική κρούση της m_2 με τον κατακόρυφο τοίχο, θα ισχύει:

$$V'_2 = -V_2 \quad (3)$$

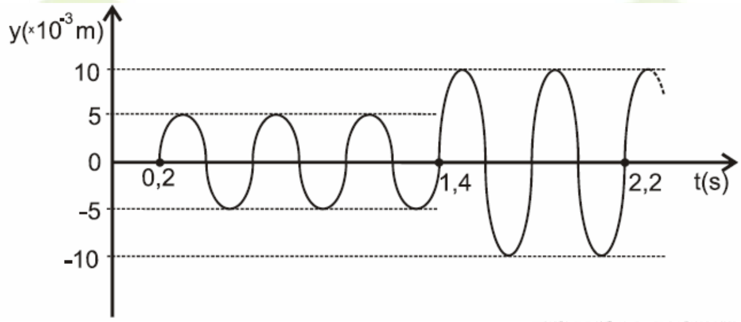
Για να παραμένει η απόσταση μεταξύ των σφαιρών σταθερή, μετά τη δεύτερη κρούση θα πρέπει:

$$V_1 = V'_2 \overset{(1)}{\underset{(3)}{\Rightarrow}} V_1 = -V_2 \overset{(1)}{\underset{(2)}{\Rightarrow}} \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 = -\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 - m_2 = -2m_1 \Rightarrow 3m_1 = m_2 \Rightarrow \boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}}$$

ΘΕΜΑ Γ

Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές $Π_1$ και $Π_2$ δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα υ = 5 m/s. Μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο Σ της επιφάνειας πλησιέστερα στην πηγή $Π_2$. Η απομάκρυνση του σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο περιγράφεται από τη γραφική παράσταση του σχήματος. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή t = 0 και εκτελούν ταλαντώσεις της μορφής $y = A \cdot ημωt$.



Γ1. Να βρείτε τις αποστάσεις r_1 και r_2 του σημείου Σ από τις πηγές $Π_1$ και $Π_2$, αντίστοιχα.

Μονάδες 6

Γ2. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του φελλού από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο, για $t \geq 0$.

Μονάδες 6

Γ3. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του φελλού κάποια χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του είναι $y_1 = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3}$ m ;

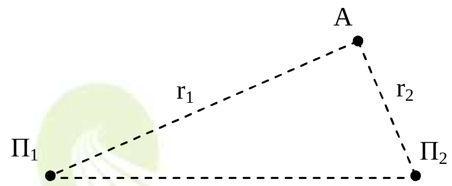
Μονάδες 6

Γ4. Έστω K_1 η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού μετά τη συμβολή. Αλλάζουμε τη συχνότητα των ταλαντώσεων των πηγών $Π_1$ και $Π_2$ έτσι ώστε η συχνότητά τους να είναι ίση με τα 10/9 της αρχικής τους συχνότητας. Αν μετά τη νέα συμβολή η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού είναι K_2, να βρεθεί ο λόγος $\frac{K_1}{K_2}$.

Μονάδες 7

Δίνεται : συν(π/3) = 1/2

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



Γ1. Παρατηρώ ότι το κύμα από την πηγή $Π_2$ φθάνει στο Σ τη στιγμή $t_2 = 0{,}2\,s$ και το κύμα από την πηγή $Π_1$ την $t_1 = 1{,}4\,s$.

Άρα: $r_2 = υt_2 \Rightarrow \underline{\underline{r_2 = 1m}}$

$r_1 = υt_1 \Rightarrow \underline{\underline{r_1 = 7m}}$

Γ2. Από την $t_2 = 0{,}2\,s$ ως την $t_1 = 1{,}4\,s$ ο φελλός έχει εκτελέσει 3 πλήρεις ταλαντώσεις οπότε ισχύει:

$$Δt = t_1 - t_2 = 3T \Rightarrow \underline{\underline{T = 0{,}4\,s}}$$

$$ΘΕΚ \rightarrow υ = λf = \frac{λ}{T} \Rightarrow λ = υT \Rightarrow \underline{\underline{λ = 2\ m}}$$

Για την απομάκρυνση του φελλού από την Θ.Ι. ισχύουν

$\underline{0 \le t < 0{,}2\,s}$: $\quad y_Σ = 0$

$\underline{0{,}25 \le t < 1{,}4\,s}$: $\quad y_Σ = Aημ2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{λ}\right) \Rightarrow y_Σ = 5 \cdot 10^{-3} ημ2π\left(\frac{t}{0{,}4} - 0{,}5\right)$ (S.I.)

$\underline{t \ge 1{,}4\,s}$: $\quad y_Σ = 2Aσυνπ\left(\frac{r_1 - r_2}{λ}\right)ημ2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2λ}\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow y_Σ = 10 \cdot 10^{-3} συν(3π)ημ2π\left(\frac{t}{0{,}4} - 2\right) \Rightarrow \boxed{y_Σ = -10^{-2} ημ2π\left(\frac{t}{0{,}4} - 2\right)} \quad \text{(S.I.)}$$

Γ3. Επειδή $|y_1| > A$, διαπιστώνουμε ότι έχει ήδη συμβεί η συμβολή στο σημείο Σ. Άρα ο φελλός εκτελεί ταλάντωση με πλάτος $|A'| = 2A$ (ενισχυτική συμβολή).

Εφαρμόζουμε ΑΔΕΤ:

$$E_{ολ} = U_T + K = σταθ. \Rightarrow \frac{1}{2}DA'^2 = \frac{1}{2}Dy_1^2 + \frac{1}{2}mυ_1^2 \Rightarrow mω^2A'^2 = mω^2y_1^2 + mυ_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow υ_1 = \pm ω\sqrt{A'^2 - y_1^2} \Rightarrow υ_1 = \pm ω\sqrt{A'^2 - \left(\frac{A'\sqrt{3}}{2}\right)^2} \Rightarrow υ_1 = \pm\frac{ωA'}{2},$$

$$\text{όπου } ω = \frac{2π}{T} \Rightarrow \underline{\underline{ω = 5π\,r/s}} \quad \text{και} \quad \underline{\underline{A' = 0{,}01m}}$$

Άρα: $\quad υ_1 = \pm\frac{5π \cdot 0{,}01}{2} m/s \Rightarrow υ_1 = \pm 2{,}5π \cdot 10^{-2}\ m/s \Rightarrow \underline{\underline{|\bar{υ}_1| = 2{,}5π \cdot 10^{-2}\ m/s}}$

Γ4. Με την αλλαγή της συχνότητας μεταβάλλεται μόνο η τιμή του μήκους κύματος, ενώ η ταχύτητα διάδοσης παραμένει σταθερή. Οπότε θα έχουμε

$$f_2 = \frac{10}{9}f_1 \xrightarrow{ΘΕΚ} \frac{υ}{λ_2} = \frac{10}{9} \cdot \frac{υ}{λ_1} \Rightarrow λ_2 = \frac{9}{10}λ_1$$

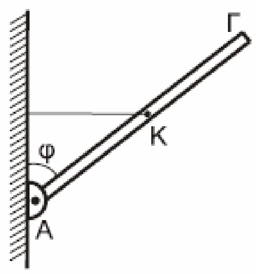
$$|A_2| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\pi\left(\frac{r_2 - r_1}{\lambda_2}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\pi\left(\frac{3\lambda_1}{\frac{9}{10}\lambda_1}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{10\pi}{3}\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |A_2| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(3\pi + \frac{\pi}{3}\right)\right| \Rightarrow |A_2| = 2A\cdot\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{|A_2| = A}}$$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon^2_{max_1}}{\frac{1}{2}m\upsilon^2_{max_2}} = \frac{\omega_1^2 A_1^2}{\omega_2^2 A_2^2} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 = \left(\frac{2\pi f_1}{2\pi f_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2A}{A}\right)^2 = \frac{81}{100}\cdot 4 \Rightarrow \boxed{\frac{K_1}{K_2} = \frac{81}{25}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους ℓ = 2m και μάζας M = 5,6 kg ισορροπεί με τη βοήθεια οριζόντιου νήματος, μη εκτατού, που συνδέεται στο μέσο της, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο.



Δίνεται: ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8

Δ1. Να προσδιορίσετε τη δύναμη $\vec{F}$ που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

Μονάδες 4

Μικρή ομογενής σφαίρα, μάζας m = 0,4 kg και ακτίνας $r = \frac{1}{70}$m κυλίεται χωρίς ολίσθηση, έχοντας εκτοξευθεί κατά μήκος της ράβδου από το σημείο Κ προς το άκρο Γ.

Δ2. Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας κατά την κίνησή της από το Κ μέχρι το Γ.

Μονάδες 5

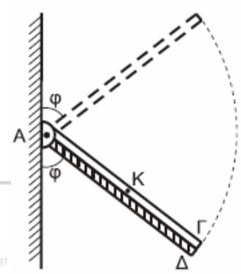
Δ3. Με δεδομένο ότι η σφαίρα φτάνει στο άκρο Γ, να βρείτε τη σχέση που περιγράφει την τάση του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση του σημείου επαφής της σφαίρας με τη ράβδο, από το σημείο Κ.

Μονάδες 5

Αφού η σφαίρα έχει εγκαταλείψει τη ράβδο, κόβουμε το νήμα. Η ράβδος στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρο της Α, χωρίς τριβές.

Δ4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου στη θέση στην οποία η ράβδος σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφο που διέρχεται από το άκρο Α, όπως στο διπλανό σχήμα.

Μονάδες 6



Δεύτερη λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΔ, μήκους $\ell' = \ell$ και μάζας $M' = 3M$ είναι αρθρωμένη και αυτή στο σημείο Α γύρω από τον ίδιο άξονα περιστροφής με την ράβδο ΑΓ. Η ράβδος ΑΔ συγκρατείται ακίνητη, με κατάλληλο μηχανισμό, σε θέση όπου σχηματίζει γωνία φ με τον κατακόρυφο τοίχο όπως στο σχήμα. Οι δύο ράβδοι συγκρούονται και ταυτόχρονα ο μηχανισμός ελευθερώνει τη ράβδο ΑΔ, χωρίς απώλεια ενέργειας. Οι ράβδοι μετά την κρούση κινούνται σαν ένα σώμα, χωρίς τριβές. Ο χρόνος της κρούσης θεωρείται αμελητέος.

Δ5. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

Μονάδες 5

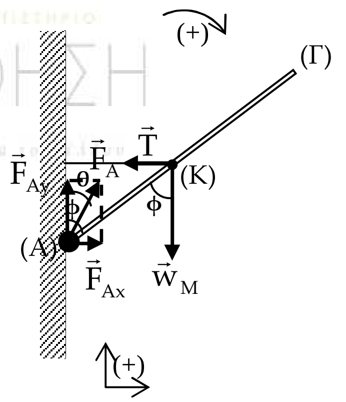
Όλες οι κινήσεις πραγματοποιούνται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Δίνονται :

- Η ροπή αδράνειας I_ρ λεπτής ομογενούς ράβδου μάζας Μ και μήκους ℓ, ως προς άξονα που διέρχεται από το ένα της άκρο και είναι κάθετος σε αυτή: $I_\rho = M\ell^2/3$
- Η ροπή αδράνειας $I_{\sigma\varphi}$ ομογενούς σφαίρας μάζας m και ακτίνας r ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της : $I_{\sigma\phi} = 2mr^2/5$
- $g = 10 m/s^2$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Δ1.



Μεταφορική Κίνηση:

Από 1° N.Newton: $\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} \Sigma\vec{F}_x = \vec{0} \\ \Sigma\vec{F}_y = \vec{0} \end{cases}$

- $\vec{F}_{Ax} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{Ax} = -\vec{T} \Leftrightarrow F_{Ax} = T \quad (1)$
- $\vec{F}_{Ay} + \vec{w}_M = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{Ay} = -\vec{w}_M \Leftrightarrow F_{Ay} = Mg \quad (2)$

Περιστροφική Κίνηση:

$$\Sigma\vec{\tau}_{\vec{F}_{(A)}} = \vec{\tau}_{\vec{w}_{(A)}} + \vec{\tau}_{\vec{T}_{(A)}} = \vec{0} \Rightarrow Mg\cdot\frac{\ell}{2}\cdot\eta\mu\phi - T\cdot\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\phi = 0 \Rightarrow \boxed{T = Mg\cdot\varepsilon\phi\phi} \ (3)$$

$$(1),(3) \Rightarrow F_{Ax} = Mg\cdot\varepsilon\phi\phi \quad (4)$$

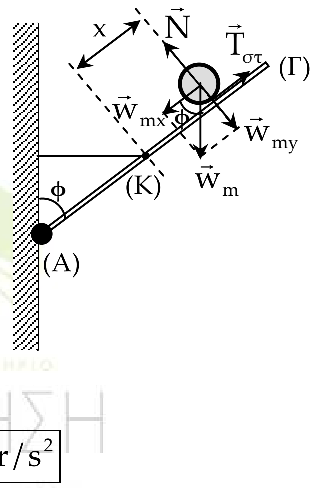
$$\left.\begin{array}{l} \vec{F}_A = \vec{F}_{Ax} + \vec{F}_{Ay} \\ \mu\varepsilon\ \vec{F}_{Ax} \perp \vec{F}_{Ay} \end{array}\right\} \Rightarrow \left|\vec{F}_A\right| = \sqrt{F_{A_x}^2 + F_{A_y}^2} = \sqrt{M^2g^2\varepsilon\phi^2\phi + M^2g^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\left|\vec{F}_A\right| = Mg\cdot\sqrt{\varepsilon\phi^2\phi + 1}} \Rightarrow \left|\vec{F}_A\right| = 56\cdot 10\sqrt{(\frac{0,6}{0,8})^2 + 1}\,N \Rightarrow \left|\vec{F}_A\right| = 56\cdot\sqrt{\frac{36+64}{8}}\,N \Rightarrow \boxed{\left|\vec{F}_A\right| = 70N}$$

$$\text{και} \quad \varepsilon\phi\theta = \frac{F_{A_x}}{F_{A_y}} \underset{(2)}{\overset{(4)}{=}} \frac{Mg\varepsilon\phi\phi}{Mg} \Rightarrow \varepsilon\phi\theta = \varepsilon\phi\phi = \frac{0,6}{0,8} \Rightarrow \boxed{\varepsilon\phi\theta = \frac{3}{4}}$$

Δ2. Μεταφορική Κίνηση, Θ.Ν.Μεταφ.Κιν.$_{xx'}$:

$$\Sigma\vec{F}_x = \vec{T}_{\sigma\tau} + \vec{w}_{m_x} = m\cdot\vec{\alpha}_{cm} \Rightarrow T_{\sigma\tau} - mg\sigma\upsilon\nu\phi = m\alpha_{cm} \quad \textbf{(4)}$$



Περιστροφική Κίνηση, Θ.Ν.Περιστρ.Κιν :

$$\Sigma\vec{\tau}_{\vec{F}(O)} = \vec{\tau}_{\vec{T}_{\sigma\tau(O)}} = I_{\sigma\phi(O)}\vec{\alpha} \Rightarrow \left\{\begin{matrix} -T_{\sigma\tau}\cdot r = \frac{2}{5}mr^2\alpha \\ \alpha_{cm} = \alpha\cdot r \end{matrix}\right\} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = -\frac{2}{5}m\alpha_{cm} \quad \textbf{(5)}$$

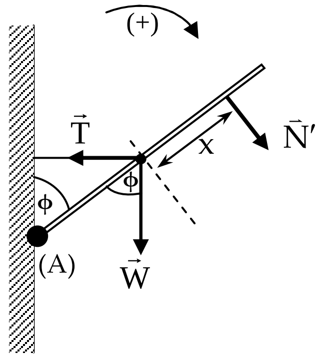
$$(4)+(5) \Rightarrow -mg\sigma\upsilon\nu\phi = \frac{7}{5}\cdot m\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow \boxed{\alpha_{cm} = -\frac{5g}{7}\sigma\upsilon\nu\phi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{-5g}{7r}\sigma\upsilon\nu\phi = -\frac{5\cdot 10}{7\cdot\frac{1}{70}}\cdot 0{,}8\ r/s^2 \Rightarrow \boxed{\alpha = -400\,r/s^2}$$

Μεταφορική Κίνηση

$$y'y:\ \Sigma\vec{F}_y = \vec{N} + \vec{W}_{mg} = \vec{0} \Rightarrow N = mg\eta\mu\phi \quad (6)$$

Από τον Γ'ΝΝ: $|\vec{N}'| = |\vec{N}| \overset{(6)}{=} mg\eta\mu\phi$



Για την στροφική ισορροπία της ράβδου:

$$\Sigma\vec{\tau}_{\vec{F}} = \vec{\tau}_{\vec{T}_{(A)}} + \vec{\tau}_{\vec{W}_{M(A)}} + \vec{\tau}_{\vec{N}'_{(A)}} = \vec{0} \Rightarrow -T\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\phi + Mg\frac{\ell}{2}\eta\mu\phi + N'\left(\frac{\ell}{2}+x\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\phi = Mg\frac{\ell}{2}\eta\mu\phi + mg\eta\mu\phi\left(\frac{\ell}{2}+x\right) = 0 \Rightarrow$$

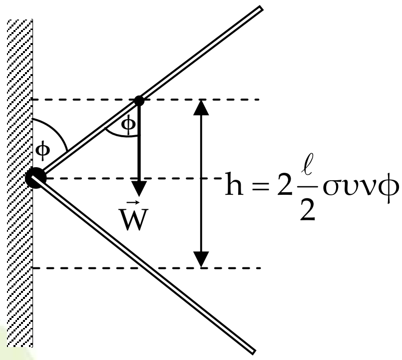
$$\Rightarrow T = \frac{2}{\ell\sigma\upsilon\nu\phi}\cdot\eta\mu\phi\left[(M+m)g\frac{\ell}{2} + mgx\right] \Rightarrow T(x) = (M+m)g\varepsilon\phi\phi + \frac{2mg\varepsilon\phi\phi}{\ell}\cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T(x) = 6\cdot 10\cdot\frac{3}{4} + \frac{2\cdot 0{,}4\cdot 10}{2}\cdot\frac{3}{4}x \Rightarrow \boxed{T(x) = 45 + 3x}\ \text{(S.I.)}$$

Δ4. ΘΜΚΕ:

$$K^{\tau\varepsilon\lambda} - K^{\alpha\rho\chi} = W_{\vec{w}_M} \Rightarrow \frac{1}{2}I_{\rho(A)}\cdot\omega^2 = Mg\ell\sigma\upsilon\nu\phi\cdot\sigma\upsilon\nu 0^o \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\frac{M\ell^2}{3}\omega^2 = Mg\ell\cdot\frac{4}{5} \Rightarrow \omega = 2\sqrt{\frac{6g}{5\ell}} \quad (6)$$



$$\text{Ισχύει}\quad \left(\frac{dK}{dt}\right)_{(\Phi)} = P_{\Sigma\vec{\tau}_{\vec{F}}} = \Sigma\tau_{\vec{F}}\cdot\omega \quad (7),$$

όπου $\quad \Sigma\vec{\tau}_{\vec{F}_{(A)}} = \vec{\tau}_{\vec{W}_M} \Rightarrow \Sigma\tau_{\vec{F}} = Mg\cdot\frac{\ell}{2}\eta\mu\phi \quad (8)$

Για την αρχική θέση: $\omega_0 = 0$, οπότε $\quad \boxed{\left(\frac{dK}{dt}\right)_{(\phi)} = 0}$

Για την τελική θέση: $\left(\frac{dK}{dt}\right)_{(\phi)} \overset{(6)}{\underset{(8)}{=}} Mg\cdot\frac{\ell}{2}\cdot\frac{3}{5}\cdot 2\sqrt{\frac{6g}{5\ell}} \Rightarrow \boxed{\left(\frac{dK}{dt}\right)_{(\phi)} = \frac{3Mg\ell}{5}\cdot\sqrt{\frac{6g}{5\ell}}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left(\frac{dK}{dt}\right)_{(\phi)} = \frac{3\cdot 5{,}6\cdot 10\cdot 2}{5}\cdot\sqrt{\frac{6\cdot 10}{5\cdot 2}} \Rightarrow \boxed{\left(\frac{dK}{dt}\right)_{(\phi)} = 67{,}2\sqrt{6}\,J/s}$$

Δ5. Από ΑΔΣτρ$_{(dt_{κρ})}$ έχουμε:

$$\left.\begin{aligned}&\vec{L}_{M}^{λπ}+\vec{L}_{M'}^{λπ}=\vec{L}_{συσσ}^{αμ}\Rightarrow \vec{L}_{M}^{λπ}=\vec{L}_{συσσ}^{αμ}\\ &I_{συσσ_{(A)}}=I_{M_{(A)}}+I_{M'_{(A)}}=\frac{M\ell^2}{3}+\frac{M'\ell^2}{3}=\frac{M\ell^2}{3}+\frac{3M\ell^2}{3}\Rightarrow I_{συσσ_{(A)}}=\frac{4M\ell^2}{3}\end{aligned}\right\}\Rightarrow I_{M_{(A)}}\omega=I_{συσσ_{(A)}}\omega_{αμ}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_{αμ}=\frac{I_{M_{(A)}}}{I_{συσσ_{(A)}}}\cdot\omega\Rightarrow\omega_{αμ}=\frac{\frac{M\ell^2}{3}}{\frac{4M\ell^2}{3}}\cdot\omega\overset{(6)}{\Rightarrow}\omega_{αμ}=\frac{1}{4}\cdot 2\sqrt{\frac{6g}{5\ell}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{6g}{5\ell}}\quad(9)$$

ΑΔΕ: $$Q_{κρ}=K_{M}^{λπ}+K_{M'}^{λπ}-K_{συσσ}^{αμ}=K_{M}^{λπ}-K_{συσσ}^{αμ}=\frac{1}{2}I_{M_{(A)}}\omega^2-\frac{1}{2}I_{συσσ}^{αμ}\omega_{αμ}^2=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{M\ell^2}{3}\cdot 4\cdot\frac{6g}{5\ell}-\frac{1}{2}\cdot\frac{4M\ell^2}{3}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{6g}{5\ell}\Rightarrow Q_{κρ}=\frac{3Mg\ell}{5}$$

$$\alpha=\frac{Q_{κρ}}{K_{M}^{λπ}+K_{M'}^{λπ}}\cdot 100\%=\frac{\frac{3Mg\ell}{5}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{M\ell^2}{3}\cdot 4\cdot\frac{6g}{5\ell}}\cdot 100\%\Rightarrow\boxed{\alpha=75\%}$$

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Τα θέματα της Φυσικής Κατεύθυνσης, σήμερα, καλύπτουν ευρύ φάσμα της ύλης με κύριο χαρακτηριστικό τη μεγάλη τους έκταση.

Επομένως είναι πιθανόν, αρκετοί υποψήφιοι να συναντήσουν πρόβλημα χρόνου και να μην κατορθώσουν να απαντήσουν σε κάποια από τα ερωτήματα στη διάρκεια του τρίωρου.
Ειδικότερα:

- Το θέμα Α θα απαντηθεί από τη συντριπτική πλειοψηφία των διαγωνιζόμενων.
- Τα θέματα Β, Γ δημιουργούν κλιμακωτά τις πρώτες δυνατότητες διαχωρισμού των υποψηφίων. Αρχικά, η πρώτη αντικειμενική δυσκολία εμφανίζεται στο ερώτημα Β3, μετά στο ερώτημα Γ3 και τέλος στο ερώτημα Γ4 το οποίο απαιτούσε μεγάλη προσοχή κατά την αντιμετώπισή του.
- Το θέμα Δ δεν είναι ιδιαιτέρως απαιτητικό, αλλά έχει μεγάλη έκταση και αρκετά λεπτά σημεία (λεπτομέρειες) που απαιτούν προσοχή από τον υποψήφιο, ώστε να αποφύγει αλγεβρικά και αριθμητικά λάθη. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να απαιτείται από τους υποψηφίους αρκετός χρόνος για την επαρκή αντιμετώπισή του.

Συνεπώς τα σημερινά θέματα είναι ποιοτικά, σαφή με μεγάλη έκταση, που όμως μπορούν να αντιμετωπιστούν με από έναν καλά προετοιμασμένο και προσεκτικό υποψήφιο.