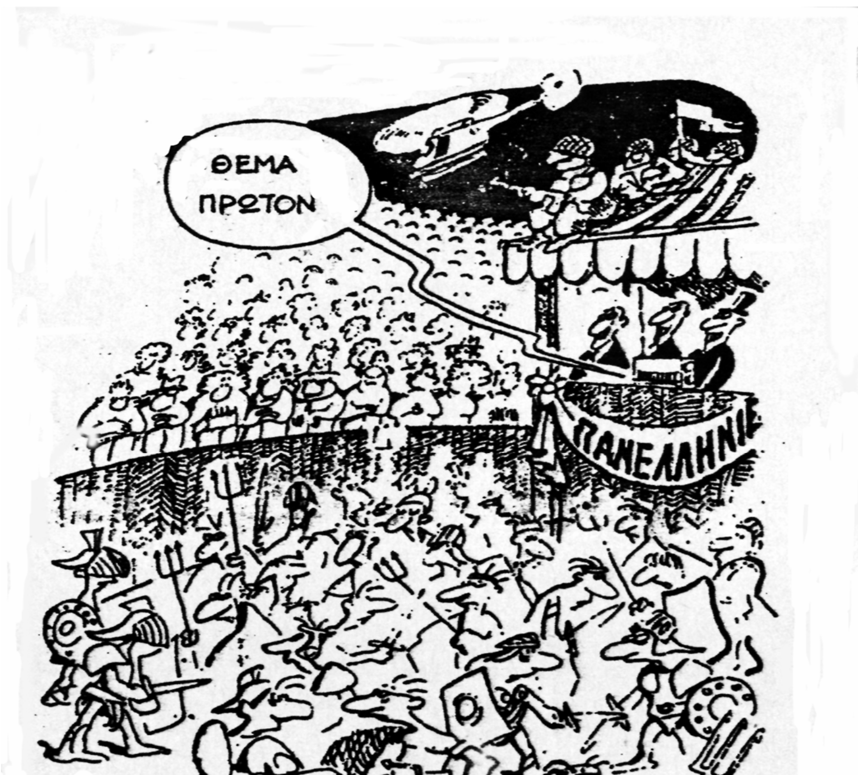
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ
ΩΘΗΣΗ
Αφετηρία το μέλλον

ΓΥΜΝΑΣΙΟ / ΛΥΚΕΙΟ
ΩΘΗΣΗ
Αφετηρία το μέλλον

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

εξετάσεις 2014



Επιμέλεια:
Ομάδα Μαθηματικών της Ώθησης

Δευτέρα, 2 Ιουνίου 2014
Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ. Αν

- η f είναι συνεχής στο Δ και
- $f'(x) = 0$

για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε να αποδείξετε ότι η f είναι σταθερή σε όλο το διάστημα Δ .

Μονάδες 8

Α2. Έστω μια συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ. Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω ή είναι κοίλη στο Δ;

Μονάδες 4

Α3. Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α. Πότε λέμε ότι η f παρουσιάζει στο x_0 x ∈Α (ολικό) μέγιστο, το $f(x_0)$;

Μονάδες 3

Α4. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Για κάθε $z \in C$ ισχύει $z - \bar{z} = 2\mathrm{Im}(z)$

(μονάδες 2)

β) Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = +\infty$ ή $-\infty$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$

(μονάδες 2)

γ) Αν μια συνάρτηση f παρουσιάζει (ολικό) μέγιστο, τότε αυτό θα είναι το μεγαλύτερο από τα τοπικά της μέγιστα.

(μονάδες 2)

δ) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και α, β, γ ∈ Δ, τότε ισχύει

$$\int_\alpha^\beta f(x)dx = \int_\alpha^\gamma f(x)dx + \int_\gamma^\beta f(x)dx$$

(μονάδες 2)

ε) Έστω συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη σε κάθε εσωτερικό σημείο του Δ. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ, τότε η παράγωγός της είναι υποχρεωτικά αρνητική στο εσωτερικό του Δ.

(μονάδες 2)

Μονάδες 10

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

A1. Σχολικό βιβλίο σελ. 251 (Θεώρημα σταθερής)

A2. Σχολικό βιβλίο σελ. 273 (Ορισμός κοίλης)

A3. Σχολικό βιβλίο σελ. 150 (Ορισμός ολικού μεγίστου)

A4. **α)** Λ, **β)** Σ, **γ)** Σ, **δ)** Σ, **ε)** Λ

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η εξίσωση

$$2|z|^2+(z+\bar{z})i-4-2i=0,\ z\in C.$$

B1. Να λύσετε την παραπάνω εξίσωση.

Μονάδες 9

B2. Αν $z_1=1+i$ και $z_2=1-i$ είναι οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης, τότε να αποδείξετε ότι ο αριθμός $w=3\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{39}$ είναι ίσος με $-3i$.

Μονάδες 8

B3. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των εικόνων των μιγαδικών αριθμών u για τους οποίους ισχύει $|u+w|=|4z_1-z_2-i|$, όπου w, z_1, z_2 οι μιγαδικοί αριθμοί του ερωτήματος Β2.

Μονάδες 8

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

B1. $2|z|^2+(z+\bar{z})i-4-2i=0,\ z\in C$ (1)

Έστω $z=x+yi$, $x,y\in R$, τότε $z+\bar{z}=2x$ και $|z|^2=\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^2=x^2+y^2$ και η (1) $\Leftrightarrow$

$2\cdot(x^2+y^2)+2x\cdot i-4-2i=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+xi-2-i=0 \Leftrightarrow (x^2+y^2-2)+(x-1)i=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2-2=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1^2+y^2-2=0 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2=1 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\pm 1 \\ x=1 \end{cases}$$

άρα $z_1=1+i$, $z_2=1-i$ οι ρίζες της (1).

B2. $\frac{z_1}{z_2}=\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{1^2+(-1)^2}=\frac{1+2i+i^2}{2}=i$

$w=3\cdot\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{39}=3\cdot i^{39}=3\cdot i^{4\cdot 9+3}=3\cdot i^3=3\cdot(-i)=-3i$

B3. $|u+w|=|4z_1-z_2-i| \Leftrightarrow |u-3i|=|4(1+i)-1+i-i| \Leftrightarrow |u-3i|=|3+4i| \Leftrightarrow |u-3i|=\sqrt{3^2+4^2} \Leftrightarrow$ $|u-3i|=5$ άρα ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων του μιγαδικού u είναι ο κύκλος C κέντρου K(0,3), ακτίνας ρ=5 με καρτεσιανή εξίσωση C: $x^2+(y-3)^2=25$.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $h(x)=x-\ln(e^x+1)$, $x\in R$

Γ1. Να μελετήσετε την h ως προς την κυρτότητα.

Μονάδες 5

Γ2. Να λύσετε την ανίσωση $e^{h(2h'(x))}<\frac{e}{e+1}$, $x\in R$

Μονάδες 7

Γ3. Να βρείτε την οριζόντια ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της h στο $+\infty$, καθώς και την πλάγια ασύμπτωτή της στο $-\infty$.

Μονάδες 6

Γ4. Δίνεται η συνάρτηση $\phi(x)=e^x(h(x)+\ln 2)$, $x\in R$.
Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της $\phi(x)$, τον άξονα x′x και την ευθεία x=1.

Μονάδες 7

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Γ1. Η h είναι παραγωγίσιμη ως διαφορά παραγωγίσιμων συναρτήσεων. Συγκεκριμένα, διαφορά της πολυωνυμικής (x) και της $\ln(e^x+1)$ που είναι σύνθεση της λογαριθμικής (lnx), εκθετικής (e^x) και πολυωνυμικής (x+1),

με $h'(x)=1-\frac{e^x}{e^x+1}=\frac{e^x+1-e^x}{e^x+1}=\frac{1}{e^x+1}>0$, $x\in R$ άρα η h γνήσια αύξουσα στο R.

Η h′ είναι παραγωγίσιμη ως πηλίκο παραγωγίσιμων με $h''(x)=\frac{-e^x}{(e^x+1)^2}<0$

αφού $-e^x<0$ και $(e^x+1)^2>0$, άρα η h κοίλη στο R.

Γ2. Έχουμε $e^{h(2h'(x))}<\frac{e}{e+1}$

$$\overset{\ln x\uparrow}{\Leftrightarrow} h(2h'(x))<\ln e-\ln(e+1)$$

$$\Leftrightarrow h(2h'(x))<h(\ln e)$$

$$\overset{h\uparrow}{\Leftrightarrow} 2h'(x)<1$$

$$\Leftrightarrow h'(x)<\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow h'(x)<h'(0)$$

$$\overset{h'\downarrow}{\Leftrightarrow} x>0$$

Γ3. Είναι $L=\lim_{x\to+\infty}h(x)=\lim_{x\to+\infty}(x-\ln(e^x+1))=\lim_{x\to+\infty}\ln\left(\frac{e^x}{e^x+1}\right)$

θέτουμε $u=\frac{e^x}{e^x+1}$

($1^{ος}$ τρόπος)

όταν το $x\to+\infty$ τότε $\lim\limits_{x\to+\infty} u=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{e^x\left(1+\dfrac{1}{e^x}\right)}=1$, επειδή $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{e^x}=0$ αφού $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x=+\infty$.

($2^{ος}$ τρόπος)

$$\lim_{x\to+\infty} u=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{e^x+1}\underset{DL'H}{\overset{\frac{+\infty}{+\infty}}{=}}\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{e^x}=1$$

Οπότε $L=\lim\limits_{u\to1}\ln u=\ln1=0$. άρα η οριζόντια ασύμπτωτη της C_f στο $+\infty$ είναι η (ε_1): $y=0$.

Είναι $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-\ln(e^x+1)}{x}\underset{DL'H}{\overset{\frac{-\infty}{-\infty}}{=}}\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-\dfrac{e^x}{e^x+1}}{1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{e^x+1-e^x}{e^x+1}=$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{e^x+1}=1=\lambda$ αφού $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0$ και

$\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-\lambda x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(x-\ln(e^x+1)-x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(-\ln(e^x+1))$

θέτουμε $u=e^x+1$ όταν το $x\to-\infty$ τότε το $u\to1$ άρα $\lim\limits_{u\to1}(-\ln u)=0=\beta$

άρα η πλάγια ασύμπτωτη της C_f στο $-\infty$ είναι η $y=x$.

Γ4. ($1^{ος}$ τρόπος)

Έχουμε $h(0)=-\ln2$ και η h γνησίως αύξουσα στο R, άρα για $x\ge0$ έχουμε $h(x)\ge h(0)$ $\Leftrightarrow h(x)\ge-\ln2 \Leftrightarrow h(x)+\ln2\ge0 \Leftrightarrow e^x(h(x)+\ln2)\ge0 \Leftrightarrow \phi(x)\ge0$ και $\phi(0)=0$. Άρα,

$$E=\int_0^1|\phi(x)|\,dx=\int_0^1\phi(x)dx=\int_0^1 e^x(x-\ln(e^x+1)+\ln2)\,dx$$

$$=\int_0^1 xe^x dx-\int_0^1 e^x\ln(e^x+1)dx+\int_0^1\ln2\,e^x dx \quad (1)$$

- $\int_0^1 xe^x dx=\left[xe^x\right]_0^1-\int_0^1 e^x dx=e-\left[e^x\right]_0^1=e-e+1=1$
- $\int_0^1 e^x\ln2\,dx=\left[e^x\right]_0^1\ln2=(e-1)\ln2$
- $I_1=\int_0^1 e^x\ln(e^x+1)dx$

Θέτουμε $e^x+1=u$

$e^x dx=du$

x	u
0	2
1	e+1

Άρα,

$I_1=\int_2^{e+1}u'\ln u\,du=\left[u\ln u\right]_2^{e+1}-\int_2^{e+1}u\cdot\dfrac{1}{u}du=\left[u\ln u\right]_2^{e+1}-\left[u\right]_2^{e+1}=(e+1)\ln(e+1)-2\ln2-e-1+2$

$=(e+1)\ln(e+1)-2\ln2-e+1$

Άρα, $E=1-(e+1)\ln(e+1)+2\ln2+e-1+e\ln2-\ln2=\ln2+e\ln2+e-(e+1)\ln(e+1)$

$=\ln2(e+1)+e-(e+1)\ln(e+1)$

$=(e+1)(\ln2-\ln(e+1))+e$

$=(e+1)\ln\dfrac{2}{e+1}+e$ τ.μ.

(2ος τρόπος)

$$E=\int_0^1 \phi(x)dx=\int_0^1 e^x(h(x)+\ln2)dx=\left[e^x(h(x)+\ln2)\right]_0^1-\int_0^1 e^x h'(x)dx$$

$$=e(h(1)+\ln2)-(h(0)+\ln2)-\int_0^1 e^x\frac{1}{e^x+1}dx$$

$$=e\left[1-\ln(e+1)+\ln2\right]_0^1-\int_0^1\frac{(e^x+1)'}{e^x+1}dx$$

$$=e\left[1-\ln(e+1)+\ln2\right]_0^1-\left[\ln(e^x+1)\right]_0^1=e-e\ln(e+1)+e\ln2-\ln(e+1)+\ln2$$

$$=-(e+1)\ln(e+1)+(e+1)\ln2+e=(e+1)[\ln2-\ln(e+1)]+e=(e+1)\ln\frac{2}{e+1}+e \text{ τ.μ.}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^x-1}{x}, & \alpha\nu\; x\neq 0\\ 1, & \alpha\nu\; x=0\end{cases}$

Δ1. Να αποδείξετε ότι η f είναι συνεχής στο σημείο $x_0=0$ και, στη συνέχεια, ότι είναι γνησίως αύξουσα.

Μονάδες 7

Δ2. Δίνεται επιπλέον ότι η f είναι κυρτή.

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση

$$\int_1^{2f'(x)} f(u)du=0$$

έχει ακριβώς μία λύση, η οποία είναι η x=0

(μονάδες 7)

β) Ένα υλικό σημείο Μ ξεκινά τη χρονική στιγμή t=0 από ένα σημείο $A(x_0,f(x_0))$ με $x_0<0$ και κινείται κατά μήκος της καμπύλης $y=f(x)$, $x\geq x_0$ με $x=x(t)$, $y=y(t)$, $t\geq 0$. Σε ποιο σημείο της καμπύλης ο ρυθμός μεταβολής της τετμημένης x(t) του σημείου Μ είναι διπλάσιος του ρυθμού μεταβολής της τεταγμένης του y(t), αν υποτεθεί ότι $x'(t)>0$ για κάθε $t\geq 0$.

(μονάδες4)

Μονάδες 11

Δ3. Θεωρούμε τη συνάρτηση

$$g(x)=(xf(x)+1-e)^2(x-2)^2,\ x\in(0,+\infty)$$

Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση g έχει δύο θέσεις τοπικών ελαχίστων και μία θέση τοπικού μεγίστου.

Μονάδες 7

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Δ1. (1ος τρόπος)

Είναι $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x-1}{x} \underset{DLH}{\overset{\frac{0}{0}}{=}} \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x}{1} = 1$

(2ος τρόπος)

Η συνάρτηση $K(x)=e^x$ είναι παραγωγίσιμη με $K'(x)=e^x$, $x\in\mathbb{R}$ άρα $K'(0)=1$.

$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{K(x)-K(0)}{x} = K'(0)=e^0=1$, και επειδή $f(0)=1$

άρα $f(0)=\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ η f συνεχής στο 0. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}^*$, ως πράξεις παραγωγισίμων με $f'(x)=\dfrac{e^x x-(e^x-1)}{x^2}=\dfrac{e^x x-e^x+1}{x^2}$, $x\neq 0$

θεωρούμε

$g(x)=e^x x-e^x+1$, $x\in\mathbb{R}$ με $g(0)=0$

$g'(x)=e^x+e^x x-e^x=xe^x$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow x=0$

$g'(x)>0 \Leftrightarrow x>0$

	$-\infty$ 0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	$+$
g	$\searrow$	$\nearrow$

Άρα, η g παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x_0=0$ το $g(0)=0$, οπότε $g(x)\geq g(0)$, $x\in\mathbb{R}$

άρα $e^x x-e^x+1>0$, $x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

άρα $f'(x)>0$, $x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

και επειδή η f συνεχής, η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

Δ2. **α)** Εξετάζουμε την παραγωγισιμότητα της f στο $x_0=0$.

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{e^x-1}{x}-1}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x^2}\underset{DLH}{\overset{\frac{0}{0}}{=}}\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{2x}\underset{DLH}{\overset{\frac{0}{0}}{=}}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^x}{2}=\frac{1}{2}=f'(0)$$

Επομένως $\displaystyle\int_1^{2f'(0)} f(u)du=\int_1^{2\frac{1}{2}} f(u)du=\int_1^{1} f(u)du=0$

Δηλαδή το 0 προφανής ρίζα της εξίσωσης $\displaystyle\int_1^{2f'(x)} f(u)du=0$

Έστω ότι η εξίσωση έχει κι άλλη ρίζα $x_0\neq 0$.

Επειδή f είναι κυρτή στο $\mathbb{R}$ η f' είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$ άρα

•αν $x_o>0 \Leftrightarrow f'(x_o)>f'(0) \Leftrightarrow f'(x_o)>\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2f'(x_o)>1$ και επειδή $f(x)>0$ για $x>0$ (αφού $e^x>1$) θα έχουμε $\int_1^{2f'(x_o)} f(u)du>0 \Leftrightarrow 0>0$ άτοπο

• αν $x_o<0 \Leftrightarrow f'(x_o)<f'(0) \Leftrightarrow f'(x_o)<\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2f'(x_o)<1$

και επειδή $f(x)>0$ για $x<0$ (αφού $e^x<1$)

$\int_{2f'(x_0)}^{1} f(u)du<0 \Leftrightarrow -\int_1^{2f'(x_0)} f(u)du<0 \Leftrightarrow \int_1^{2f'(x_0)} f(u)du>0 \Leftrightarrow 0>0$ άτοπο

Άρα, η εξίσωση έχει μοναδική ρίζα την $x=0$.

β) Είναι $y=\frac{e^x-1}{x}$, $x<0$ δηλαδή συναρτήσει του χρόνου

$y(t)=\frac{e^{x(t)}-1}{x(t)}$

$y'(t)=\frac{e^{x(t)}x'(t)x(t)-x'(t)(e^{x(t)}-1)}{x^2(t)}$ (1)

Τη χρονική στιγμή t_0 που ισχύει $x'(t_0)=2y'(t_0)$ από την (1)

έχουμε $y'(t_0)=\frac{e^{x(t_0)}x'(t_0)x(t_0)-x'(t_0)(e^{x(t_0)}-1)}{x^2(t_0)}$

$\Leftrightarrow \frac{x'(t_0)}{2}=\frac{e^{x(t_0)}x'(t_0)x(t_0)-x'(t_0)(e^{x(t_0)}-1)}{x^2(t_0)}$

$\overset{x'(t_0)>0}{\Leftrightarrow} \frac{1}{2}=\frac{e^{x(t_0)}x(t_0)-e^{x(t_0)}+1}{x^2(t_0)}$

Έχουμε $f'(0)=\frac{1}{2}$ (από $Δ_2$)

άρα $f'(0)=f'(x(t_0))$

κι επειδή η f' είναι "1–1" (αφού είναι γνησίως αύξουσα στο R)

έχουμε $x(t_0)=0$

άρα στο σημείο Μ(0,1) ο ρυθμός μεταβολής της τετμημένης $x(t)$ είναι διπλάσιος του ρυθμού μεταβολής της τεταγμένης $y(t)$.

ΣΧΟΛΙΟ: Η συνέχεια της f' στο $x_0=0$ θέτει ένα Μαθηματικό προβληματισμό ως προς την αξιολόγηση της απάντησης, όμως εδώ εύκολα αποδεικνύεται ότι $\lim_{x\to 0} f'(x)=f'(0)=\frac{1}{2}$.

Δ3. ($1^{ος}$ τρόπος)

Έχουμε $g(x)=[(xf(x)+1-e)(x-2)]^2\geq 0$, $x>0$ ισχύουν

$g(2)=0$

και $g(1)=0$ (αφού $f(1)=e-1$)

άρα $g(x)\geq g(2)$, $x>0$

$g(x)\geq g(1)$, $x>0$

άρα η g παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το 0 στο 1 και στο 2. (άρα και τοπικά)

Η g είναι συνεχής στο [1,2] άρα από Θεώρημα Μέγιστης και ελάχιστης τιμής παρουσιάζει μέγιστο και ελάχιστο σε αυτό.
Και επειδή στο 1 και στο 2 παρουσιάζει ελάχιστο και δεν είναι σταθερή αναγκαία θα παρουσιάζει μέγιστο στο $x_M \in (1,2)$ που θα είναι θέση τοπικού μεγίστου της g.

(2ος τρόπος)

$g(x)=(xf(x)+1-e)^2(x-2)^2,\ x>0$

άρα $g(x)=\left(x\dfrac{e^x-1}{x}+1-e\right)^2(x-2)^2$

δηλ. $g(x)=(e^x-e)^2(x-2)^2=[(e^x-e)(x-2)]^2=$

$=(xe^x-2e^x-ex+2e)^2,\ x>0$

$g'(x)=2(xe^x-2e^x-ex+2e)(e^x+xe^x-2e^x-e),\ x>0$

$=2(xe^x-2e^x-ex+2e)(xe^x-e^x-e),\ x>0$

$=2[e^x(x-2)-e(x-2)](xe^x-e^x-e)=2(x-2)(e^x-e)(xe^x-e^x-e)$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow 2(x-2)(e^x-e)\ (xe^x-e^x-e)=0$

$\Leftrightarrow x=2$ ή $e^x-e=0$ ή $xe^x-e^x-e=0$

$\Leftrightarrow x=2$ ή $e^x=e$ ή $xe^x-e^x-e=0$

$\Leftrightarrow x=2$ ή $x=1$ ή $xe^x-e^x-e=0$

Θεωρούμε την $\lambda(x)=xe^x-e^x-e,\ x\geq 0$ και είναι

$\lambda(1)=e-e-e=-e<0$

$\lambda(2)=2e^2-e^2-e=e^2-e>0$

και η λ συνεχής στο [1,2] ως πράξεις συνεχών άρα από Θεώρημα Bolzano υπάρχει ένα τουλάχιστον $\xi \in (1,2)$ τέτοιο $\lambda(\xi)=0$. Επειδή τώρα,

$\lambda'(x)=e^x+xe^x-e^x=xe^x$

$\lambda'(x)=0 \Leftrightarrow xe^x=0 \Leftrightarrow x=0$

$\lambda'(x)>0 \Leftrightarrow xe^x>0 \Leftrightarrow x>0$

άρα η λ γν. αύξουσα στο $[0,+\infty)$ επομένως

για $x>\xi$ έχουμε $\lambda(x)>\lambda(\xi)$

$\lambda(x)>0$

για $x<\xi$ έχουμε $\lambda(x)<\lambda(\xi)$

$\lambda(x)<0$

Άρα ο πίνακας προσήμου της $g'(x)$ και μεταβολών της g είναι

	0		1		ξ		2		+∞
$x-2$		−		−		−	0	+	
e^x-e		−	0	+		+		+	
$e^x x-e^x-e$		−		−	0	+		+	
$g'(x)$		−	0	+	0	−	0	+	
g		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Επομένως η g παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο 1 και στο 2 και τοπικό μέγιστο στο ξ.

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Τα σημερινά θέματα αν συγκριθούν με αυτά της προηγούμενης χρονιάς ως προς τη δυσκολία τους είναι σαφώς ευκολότερα. Καλύπτουν σχεδόν όλο το εύρος της εξεταστέας ύλης και έχουν σωστή κλιμάκωση δυσκολίας. Οι υψηλότερες επιδόσεις είναι αναμενόμενες.