# ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

εξετάσεις 2010


Επιμέλεια:
Ομάδα Φυσικών της Ώθησης

-

# Τετάρτη, 26 Μαΐου 2010
# Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
# ΦΥΣΙΚΗ

## ΘΕΜΑ Α

*Στις ημιτελείς προτάσεις* **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

**Α1.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας του σώματος, με την πάροδο του χρόνου

**α.** η περίοδος μειώνεται.
**β.** η περίοδος είναι σταθερή.
**γ.** το πλάτος διατηρείται σταθερό.
**δ.** η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

**Μονάδες 5**

**Α2.** Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα

**α.** διαδίδονται σε όλα τα υλικά με την ίδια ταχύτητα.
**β.** έχουν στο κενό την ίδια συχνότητα.
**γ.** διαδίδονται στο κενό με την ίδια ταχύτητα.
**δ.** είναι διαμήκη.

**Μονάδες 5**

**Α3.** Μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών στάσιμου κύματος τα σημεία του ελαστικού μέσου

**α.** έχουν το ίδιο πλάτος ταλάντωσης.
**β.** έχουν την ίδια φάση.
**γ.** έχουν την ίδια ταχύτητα ταλάντωσης.
**δ.** είναι ακίνητα.

**Μονάδες 5**

**Α4.** Διακρότημα δημιουργείται κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων οι οποίες πραγματοποιούνται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, όταν οι δύο ταλαντώσεις έχουν

**α.** ίσα πλάτη και ίσες συχνότητες.
**β.** άνισα πλάτη και ίσες συχνότητες.
**γ.** ίσα πλάτη και παραπλήσιες συχνότητες.
**δ.** ίσα πλάτη και συχνότητες εκ των οποίων η μια είναι πολλαπλάσια της άλλης.

**Μονάδες 5**

**Α5.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη Σωστό, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη Λάθος, για τη λανθασμένη.

**α.** Ο δείκτης διάθλασης ενός υλικού δεν εξαρτάται από την ταχύτητα του φωτός στο υλικό αυτό.

**β.** Στα άκρα της χορδής μιας κιθάρας δημιουργούνται πάντα κοιλίες στάσιμου κύματος.

**γ.** Το φαινόμενο του συντονισμού παρατηρείται μόνο σε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.

**δ.** Οι ακτίνες Χ έχουν μικρότερες συχνότητες από τις συχνότητες των ραδιοκυμάτων.

**ε.** Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο.

**Μονάδες 5**

## ΑΠΑΝΤΗΣΗ

**1.** → **β.**
**2.** → **γ.**
**3.** → **β.**
**4.** → **γ.**
**5.** → α. → **Λ**
β. → **Λ**
γ. → Σ
δ. → **Λ**
ε. → **Σ**

# ΘΕΜΑ Β

**Β1.** Στην ελεύθερη επιφάνεια ενός υγρού δύο σύγχρονες πηγές αρμονικών κυμάτων εκτελούν κατακόρυφες ταλαντώσεις με συχνότητα f και δημιουργούν εγκάρσια κύματα ίδιου πλάτους Α. Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού ταλαντώνεται εξαιτίας της συμβολής των δύο κυμάτων με πλάτος 2Α. Αν οι δύο πηγές εκτελέσουν ταλάντωση με συχνότητα 2f και με το ίδιο πλάτος Α, τότε το σημείο Σ

**α.** θα ταλαντωθεί με πλάτος 2Α.

**β.** θα ταλαντωθεί με πλάτος 4Α.

**γ.** θα παραμένει ακίνητο.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

**Μονάδες 8**

## ΑΠΑΝΤΗΣΗ

i) Σωστό είναι το ***α.***

ii) Αιτιολόγηση:

- Το πλάτος ταλάντωσης του υλικού σημείου, όταν οι συχνότητες των πηγών είναι f, είναι:

$$A_1=\left|2A\text{συν}\frac{2\pi(r_1-r_2)}{2\lambda}\right|=2A \quad \text{ή} \quad \frac{\pi}{\lambda}(r_1-r_2)=\kappa\pi \quad (1)\text{ , } \kappa=\pm1,\pm2,\ldots$$

- Όταν οι συχνότητες είναι $f'=2f$ και επειδή τα κύματα διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο, θα έχουμε

$$\lambda'=\frac{\upsilon}{f'}=\frac{\upsilon}{2f}=\frac{1}{2}\frac{\upsilon}{f}\Rightarrow\lambda'=\frac{\lambda}{2} \quad (2)$$

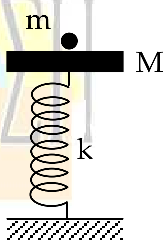
οπότε το νέο πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης του υλικού σημείου είναι

$$A_2=\left|2A\text{συν}\frac{2\pi(r_1-r_2)}{2\lambda'}\right|\overset{(2)}{\Rightarrow}A_2=2A\left|\text{συν}\frac{\pi(r_1-r_2)}{\frac{\lambda}{2}}\right|\Rightarrow A_2=2A\left|\text{συν}2\frac{\pi(r_1-r_2)}{\lambda}\right| \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3) και (1), έχουμε:

$$A_2=2A\left|\text{συν}2\kappa\pi\right|\Rightarrow\boxed{A_2=2A}$$

**B2.** Δίσκος μάζας Μ είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, και ισορροπεί (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο έδαφος. Στο δίσκο τοποθετούμε χωρίς αρχική ταχύτητα σώμα μάζας m. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι:




**α.** $\frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{k}$ **β.** $\frac{1}{2}\frac{M^2g^2}{k}$ **γ.** $\frac{1}{2}\frac{(m+M)^2}{k}g^2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

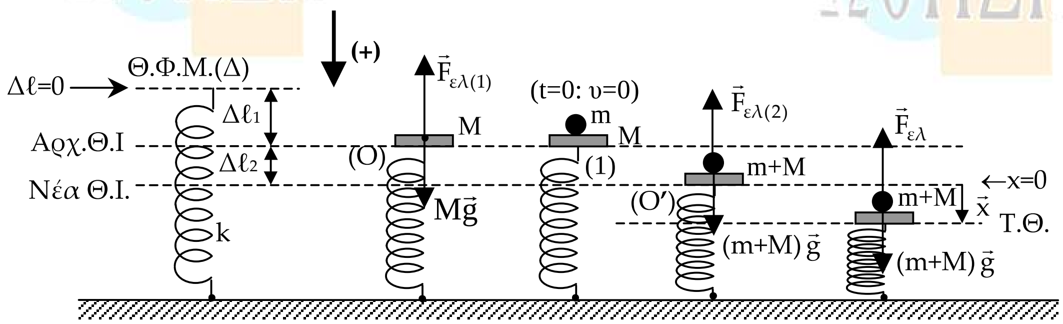
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

**Μονάδες 8**

## ΑΠΑΝΤΗΣΗ

i) Σωστό είναι το **α**.

ii) Αιτιολόγηση:



Στην αρχική θέση ισορροπίας (Ο) και στη νέα θέση ισορροπίας (Ο′), για το δίσκο μάζας Μ και το συσσωμάτωμα μάζας m+M, ισχύουν αντίστοιχα

Αρχ. Θ.Ι.→ $\Sigma F = 0 \Rightarrow Mg - F_{\varepsilon\lambda(1)} = 0 \Rightarrow Mg = k\Delta\ell_1 \Rightarrow \Delta\ell_1 = \dfrac{Mg}{k}$ (1)

Νέα Θ.Ι.→ $\Sigma F' = 0 \Rightarrow (m+M)g - k(\Delta\ell_1 + \Delta\ell_2) = 0 \overset{(1)}{\Rightarrow} \Delta\ell_2 = \dfrac{mg}{k}$ (2)

Την t=0 τοποθετείται το σώμα μάζας m στο δίσκο και αφήνεται οπότε υ=0.
Στην τυχαία θέση (Τ.Θ.) έχουμε:

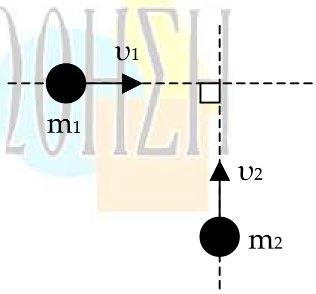
$$\Sigma F = (m+M)g - F_{\varepsilon\lambda} = (m+M)g - k(\Delta\ell_1 + \Delta\ell_2 + x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma F = (m+M)g - k(\Delta\ell_1 + \Delta\ell_2) - kx \overset{(1),(2)}{\Rightarrow} \boxed{\Sigma F = -kx}$$

Άρα το σύστημα (m+M)-k εκτελεί Α.Α.Τ. με D=k και η θέση (1) αντιστοιχεί σε μια ακραία θέση (εδώ x= -A) της ταλάντωσης του συστήματος. Δηλαδή:

$$\left.\begin{aligned} &A = \Delta\ell_2 = \frac{mg}{k} \\ &\text{οπότε } E_{TA\Lambda} = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_2)^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_{TA\Lambda} = \frac{1}{2}k\frac{m^2g^2}{k^2} \Rightarrow \boxed{E_{TA\Lambda} = \frac{m^2g^2}{2k}}$$

**Β3.** Δύο σώματα με μάζες $m_1$=2 kg και $m_2$=3 kg κινούνται χωρίς τριβές στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και σε κάθετες διευθύνσεις με ταχύτητες $υ_1$=4 m/s και $υ_2$=2 m/s (όπως στο σχήμα) και συγκρούονται πλαστικά.
Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι:




***α.*** 5 J **β.** 10 J ***γ.*** 20 J

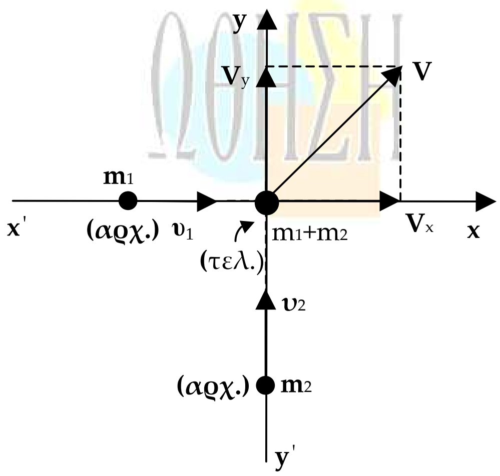
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

**Μονάδες 9**

## ΑΠΑΝΤΗΣΗ

i) Σωστό είναι το **β**.
ii) <u>Αιτιολόγηση</u>:
<u>1ος τρόπος</u>

Η κρούση είναι πλάγια και πλαστική. Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κινηθεί προς κάποια κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου V όπως φαίνεται στο σχήμα. Θα εφαρμόσουμε το Θεώρημα Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των δύο σφαιρών σε κάθε έναν από τους δύο κάθετους άξονες. Έτσι, έχουμε



<u>άξονας x'x</u>: $p_{x(\alpha\rho\chi)} = p_{x(\tau\varepsilon\lambda)}$ ή

$$m_1\upsilon_1 + 0 = (m_1 + m_2)V_x \Rightarrow V_x = \frac{m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow V_x = \frac{2\cdot 4}{5}m/s \Rightarrow V_x = \frac{8}{5}m/s$$

<u>άξονας y'y</u>: $p_{y(\alpha\rho\chi)} = p_{y(\tau\varepsilon\lambda)}$ ή

$$m_2\upsilon_2 + 0 = (m_1 + m_2)V_y \Rightarrow V_y = \frac{m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow V_y = \frac{3\cdot 2}{5}m/s \Rightarrow V_y = \frac{6}{5}m/s$$

Επομένως

$$V^2 = V_x{}^2 + V_y{}^2 \Rightarrow V = \sqrt{V_x{}^2 + V_y{}^2} = \sqrt{\frac{64}{25} + \frac{36}{25}}\ m/s \Rightarrow V = 2m/s.$$

Οπότε η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση ισούται με

$$K_{\sigma\upsilon\sigma\sigma.} = K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 \Rightarrow K_{\sigma\upsilon\sigma\sigma.} = \frac{1}{2}\cdot(2+3)\cdot 2^2 J \Rightarrow \boxed{K_{\sigma\upsilon\sigma\sigma.} = 10J}$$

<u>2ος τρόπος</u>

Σύμφωνα με την ΑΔΟ ισχύει $\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}$, όμως $\vec{p}_1 \perp \vec{p}_2$, οπότε

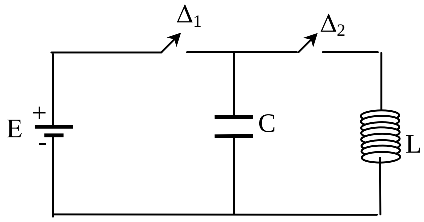
$$p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = \sqrt{(m_1\upsilon_1)^2 + (m_2\upsilon_2)^2} = 10Kg\cdot m/s$$

Επίσης είναι

$$\left.\begin{array}{l} K_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \dfrac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 \\ p = (m_1 + m_2)V \ \text{ή}\ V = \dfrac{p}{m_1 + m_2} \end{array}\right\} \Rightarrow K_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \frac{p^2}{2(m_1 + m_2)} \Rightarrow K_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = 10J$$

## ΘΕΜΑ Γ

Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται: πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης E=5 V μηδενικής εσωτερικής αντίστασης, πυκνωτής χωρητικότητας $C=8\cdot 10^{-6}$ F, πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής $L=2\cdot 10^{-2}$ H. Αρχικά ο διακόπτης $\Delta_1$ είναι κλειστός και ο διακόπτης $\Delta_2$ ανοιχτός.




**Γ1.** Να υπολογίσετε το φορτίο Q του πυκνωτή.

**Μονάδες 6**

Ανοίγουμε το διακόπτη $\Delta_1$ και τη χρονική στιγμή t=0 κλείνουμε το διακόπτη $\Delta_2$. Το κύκλωμα LC αρχίζει να εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

**Γ2.** Να υπολογίσετε την περίοδο των ηλεκτρικών ταλαντώσεων.

**Μονάδες 6**

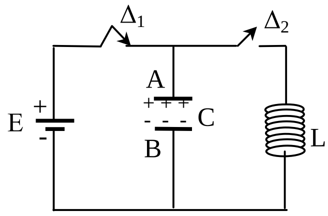
**Γ3.** Να γράψετε την εξίσωση σε συνάρτηση με το χρόνο για την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Να υπολογίσετε το ηλεκτρικό φορτίο του πυκνωτή τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο είναι τριπλάσια από την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή.

**Μονάδες 7**

## ΑΠΑΝΤΗΣΗ



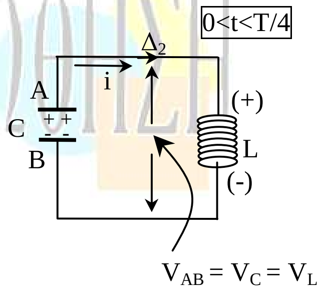

**Γ1.** Για την τελική τιμή Q του ηλεκτρικού φορτίου του πυκνωτή έχουμε

$$Q = C \cdot V_{c(max)} \quad (1)$$

όπου $V_c = V_{πολ} = E - i_φ r$,

αλλά r=0 και τελικά $i_φ$ =0, οπότε $V_c = V_{c(max)} = E$ (2).

Επομένως είναι $(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} Q = C \cdot E = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 5 C \Rightarrow \boxed{Q = 4 \cdot 10^{-5} C}$




**Γ2.** Για την περίοδο έχουμε

$$T = 2π\sqrt{LC} \Rightarrow T = 2π\sqrt{2 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^{-6}}\,s \Rightarrow \boxed{T = 8π \cdot 10^{-4} \text{ sec}}$$

**Γ3.** Για να καθορίσουμε τη χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος δουλεύουμε ως εξής

- $ω = \dfrac{2π}{T} = \dfrac{2π}{8π \cdot 10^{-4}} r/s \Rightarrow \underline{ω = 2500 r/s}$, $I = ωQ \Rightarrow I = 2{,}5 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-5} A \Rightarrow \underline{I = 0{,}1 A}$
- $q = Q \cdot ημ(ωt + φ_o)$ (1) $\quad i = I \cdot συν(ωt + φ_o)$ (2)

<u>Υπολογισμός της αρχικής φάσης $φ_o$</u>:

$$\left.\begin{aligned} t=0:\; q = +Q &\xrightarrow{(1)} Q = Q \cdot ημφ_o \Rightarrow ημφ_o = 1 \\ i = 0 &\xrightarrow{(2)} 0 = I \cdot συνφ_o \Rightarrow συνφ_o = 0 \end{aligned}\right\} \overset{0 \le φ_o < 2π}{\Rightarrow} \quad φ_o = \frac{π}{2}$$

Άρα $i = I \cdot συν(ωt + \dfrac{π}{2})$ ή $i = -I \cdot ημ(ωt)$ ή $\boxed{i = -0{,}1 \cdot ημ(2500t)}$ (SI)

**Γ4.** Σύμφωνα με την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας στην αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} U_E + U_B = E_{ολ} = σταθ. \\ U_B = 3U_E \end{aligned}\right\} \Rightarrow 4U_E = E_{ολ} \Rightarrow 4\frac{q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4q^2 = Q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{Q^2}{4} \Rightarrow q = \pm\frac{Q}{2} \text{ ή } \underline{q = \pm 2 \cdot 10^{-5} C}$$

Άρα το φορτίο του πυκνωτή είναι $\mathbf{2 \cdot 10^{-5} C}$.

# ΘΕΜΑ Δ

Θέλουμε να μετρήσουμε πειραματικά την άγνωστη ροπή αδράνειας δίσκου μάζας m=2 kg και ακτίνας r=1 m. Για το σκοπό αυτό αφήνουμε τον δίσκο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\phi=30°$ ξεκινώντας από την ηρεμία. Διαπιστώνουμε ότι ο δίσκος διανύει την απόσταση x=2 m σε χρόνο t=1 s.

**Δ1.** Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

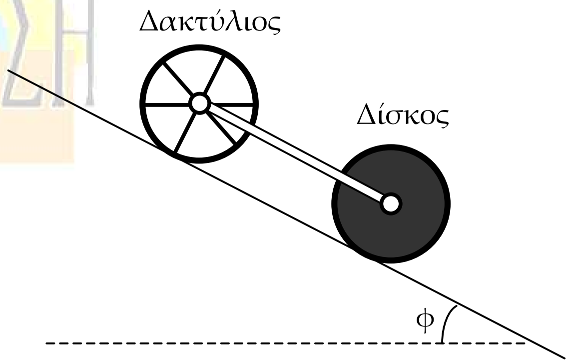
**Μονάδες 7**

**Δ2.** Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου αφήνονται να κυλίσουν ταυτόχρονα δίσκος και δακτύλιος ίδιας μάζας Μ και ίδιας ακτίνας R. Η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι $I_1=\frac{1}{2}MR^2$ και του δακτυλίου $I_2=MR^2$ ως προς τους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους και είναι κάθετοι στα επίπεδά τους.

Να υπολογίσετε ποιο από τα σώματα κινείται με τη μεγαλύτερη επιτάχυνση.

**Μονάδες 4**

Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών, όπως φαίνεται και στο σχήμα, με ράβδο αμελητέας μάζας, η οποία δεν εμποδίζει την περιστροφή τους και δεν ασκεί τριβές. Το σύστημα κυλίεται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.




**Δ3.** Να υπολογίσετε το λόγο των κινητικών ενεργειών $K_1/K_2$ όπου $K_1$ η κινητική ενέργεια του δίσκου και $K_2$ η κινητική ενέργεια του δακτυλίου.

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Αν η μάζα κάθε στερεού είναι M=1,4 kg, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος σε κάθε σώμα.

Μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και σχεδιάστε τις πιο πάνω δυνάμεις.

**Μονάδες 8**

Δίνεται: $g=10\ m/s^2$, ημ30°=0,5.

## ΑΠΑΝΤΗΣΗ

**Δ1.** Αφού ο δίσκος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, θα ισχύουν οι σχέσεις:

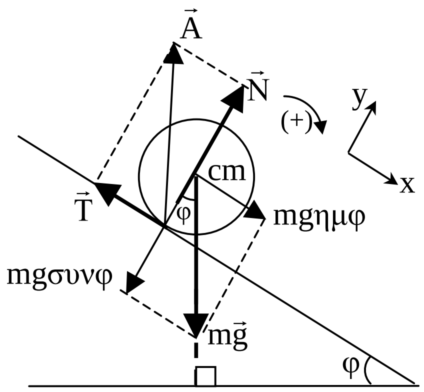
$$x=r\cdot\theta \ (1),\quad \upsilon_{cm}=r\cdot\omega \ (2) \quad \text{και} \quad a_{cm}=r\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \ (3)$$

Κατά την κύλισή του ο δίσκος δέχεται τις εξής δυνάμεις:

i) το βάρος του $\vec{w}=m\vec{g}$,

ii) την κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο συνιστώσα $\vec{N}$ της δύναμης επαφής και

iii) την παράλληλη στο κεκλιμέμο επίπεδο συνιστώσα $\vec{T}$ της δύναμης επαφής, δηλαδή τη στατική τριβή.




<u>Δυναμική μελέτη της μεταφορικής κίνησης</u>:

$$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{a}_{cm} \Rightarrow mg\eta\mu\varphi - T = ma_{cm} \qquad (4)$$

<u>Δυναμική μελέτη της περιστροφικής κίνησης</u>:

$$\Sigma\vec{\tau}_{(cm)} = I\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \tau_T = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \overset{(3)}{\Rightarrow} T\cdot r = I\frac{a_{cm}}{r} \Rightarrow T = \frac{I\cdot a_{cm}}{r^2} \qquad (5)$$

Η σχέση (4) σύμφωνα με την (5) γίνεται

$$mg\eta\mu\varphi - \frac{I\cdot a_{cm}}{r^2} = ma_{cm} \Rightarrow mgr^2\eta\mu\varphi - Ia_{cm} = mr^2a_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mgr^2\eta\mu\varphi = (I+mr^2)a_{cm} \Rightarrow \underline{a_{cm} = \frac{mgr^2\eta\mu\varphi}{I+mr^2}} = \sigma\tau\alpha\theta. \quad (6)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (6) η μεταφορική κίνηση του δίσκου είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη από την ηρεμία ($\upsilon_o$=0), οπότε ισχύουν οι σχέσεις:

$$\upsilon_{cm} = a_{cm}\cdot t \quad (7) \qquad \text{και} \qquad x = \frac{1}{2}a_{cm}t^2 \quad (8)$$

Η σχέση (8), για t=1sec και x=2m, θα δώσει $a_{cm} = \frac{2x}{t^2}$ ή $\underline{a_{cm} = 4\,m/s^2}$

Επιστρέφοντας στη σχέση (6), έχουμε:

$$I + mr^2 = \frac{mgr^2\eta\mu\varphi}{a_{cm}} \Rightarrow I = mr^2\left(\frac{g\eta\mu\varphi}{a_{cm}} - 1\right) \Rightarrow \boxed{I = \frac{mr^2}{4} = 0{,}5Kg\cdot m^2}$$

**Δ2.** Σύμφωνα με τη σχέση (6) και τις εκφράσεις των ροπών αδράνειας που δίνονται θα έχουμε

<u>Δίσκος</u>:
$$\left.\begin{aligned} a_1 &= \frac{MgR^2\eta\mu\varphi}{I_1+MR^2} \\ I_1 &= \frac{1}{2}MR^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow a_1 = \frac{MgR^2\eta\mu\varphi}{\frac{3}{2}MR^2} \Rightarrow \underline{a_1 = \frac{2}{3}g\eta\mu\varphi} \qquad (9)$$

<u>Δακτύλιος</u>:
$$\left.\begin{aligned} a_2 &= \frac{MgR^2\eta\mu\varphi}{I_2+MR^2} \\ I_2 &= MR^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow a_2 = \frac{MgR^2\eta\mu\varphi}{2MR^2} \Rightarrow \underline{a_2 = \frac{1}{2}g\eta\mu\varphi} \qquad (10)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (9) και (10) θα έχουμε:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{2}{3}g\eta\mu\phi}{\frac{1}{2}g\eta\mu\phi} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{3} > 1 \quad \acute{\eta} \quad \boxed{a_1 > a_2} \qquad (11)$$

**Επομένως με μεγαλύτερη επιτάχυνση κινείται ο δίσκος.**

**Δ3.** Επειδή τα δύο κυλιόμενα στερεά είναι ενωμένα θα έχουν ίσες μετατοπίσεις σε ίσα χρονικά διαστήματα, οπότε και ίσες ταχύτητες αλλά και ίσες επιταχύνσεις. Δηλαδή:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x, \quad \upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon_{cm} \quad \text{και} \quad a_1 = a_2 = a_{cm}$$

και ακόμη $\upsilon_1 = \upsilon_2 \Rightarrow R\omega_1 = R\omega_2 \Rightarrow \omega_1 = \omega_2 = \omega$, $\; a_1 = a_2 \Rightarrow R\alpha_1 = R\alpha_2 \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$

Για να υπολογίσουμε το λόγο που ζητείται πρέπει πρώτα να σχηματίσουμε τις εκφράσεις των κινητικών ενεργειών $K_1$ και $K_2$ για το δίσκο και το δακτύλιο αντίστοιχα. Δηλαδή:

<u>Δίσκος</u>

$$K_1 = K_{1(\mu\varepsilon\tau)} + K_{1(\pi\varepsilon\rho)} = \frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}MR^2\omega^2 \overset{\upsilon_{cm}=R\omega}{\Rightarrow} K_1 = \frac{3}{4}M\upsilon_{cm}^2 \qquad (12)$$

<u>Δακτύλιος</u>

$$K_2 = K_{2(\mu\varepsilon\tau)} + K_{2(\pi\varepsilon\rho)} = \frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}MR^2\omega^2 \overset{\upsilon_{cm}=R\omega}{\Rightarrow} K_2 = M\upsilon_{cm}^2 \qquad (13)$$

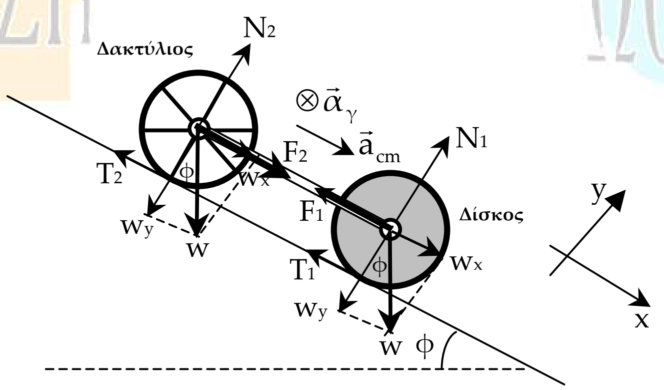
Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (12) και (13) θα έχουμε:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{3}{4}M\upsilon_{cm}^2}{M\upsilon_{cm}^2} \Rightarrow \boxed{\frac{K_1}{K_2} = \frac{3}{4}}$$

**Δ4.** Αφού η ράβδος είναι αμελητέας μάζας, οι δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ που ασκούν τα άκρα της στα κέντρα μάζας του δίσκου και του δακτυλίου αντίστοιχα, θα έχουν την ίδια διεύθυνση, κατά μήκος της ράβδου, και αντίθετη φορά. Δηλαδή θα ισχύει:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{F}_1 \uparrow\downarrow \vec{F}_2 \\ |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = F \quad (14) \end{cases}$$

Οπότε οι δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα των δύο στερεών (δίσκος-δακτύλιος) φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



<u>Δίσκος</u>:

$$\left.\begin{aligned}&\Sigma\vec{F}_x = M\vec{a}_1 \Rightarrow Mg\eta\mu\phi - F_1 - T_1 = Ma_1 \Rightarrow Mg\eta\mu\phi - F - T_1 = Ma\\&\Sigma\tau_{(c_1)} = I_1\alpha_1 \Rightarrow \tau_{T_1} = I_1\alpha_1 \Rightarrow T_1 \cdot R = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \frac{a_1}{R} \Rightarrow T_1 = \frac{1}{2}Ma\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow Mg\eta\mu\phi - F - \frac{1}{2}Ma = Ma \Rightarrow \underline{Mg\eta\mu\phi - F = \frac{3}{2}Ma} \quad (15)$$

<u>Δακτύλιος</u>:

$$\left.\begin{aligned}&\Sigma\vec{F}_x = M\vec{a}_2 \Rightarrow Mg\eta\mu\phi + F_2 - T_2 = Ma_2 \Rightarrow Mg\eta\mu\phi + F - T_2 = Ma\\&\Sigma\tau_{(c_2)} = I_2\alpha_2 \Rightarrow \tau_{T_2} = I_2\alpha_2 \Rightarrow T_2 \cdot R = MR^2 \cdot \frac{a_2}{R} \Rightarrow T_2 = Ma\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow Mg\eta\mu\phi + F - Ma = Ma \Rightarrow \underline{Mg\eta\mu\phi + F = 2Ma} \quad (16)$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (15) και (16) θα έχουμε:

$$\frac{Mg\eta\mu\phi - F}{Mg\eta\mu\phi + F} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4Mg\eta\mu\phi - 4F = 3Mg\eta\mu\phi + 3F \Rightarrow Mg\eta\mu\phi = 7F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = \frac{Mg\eta\mu\phi}{7} \Rightarrow \boxed{F=1N}$$

## ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Τα σημερινά θέματα διακρίνονται για τη σαφήνεια στη διατύπωσή τους, ενώ ταυτόχρονα καλύπτουν ευρύ φάσμα της ύλης.
Στο Θέμα Β οι υποψήφιοι εξετάστηκαν ουσιαστικά σε μικρές ασκήσεις που απαιτούν από αυτούς κάποια στρατηγική, αλλά και άνεση στις αλγεβρικές διαδικασίες. Το θέμα αυτό, αν και θεωρητικό, δημιουργούσε κάποιες πρώτες προϋποθέσεις για βαθμολογική διάκριση μεταξύ των υποψηφίων.
Το Θέμα Γ ήταν σαφές χωρίς ιδιαίτερες δυσκολίες για τους υποψηφίους.
Το Θέμα Δ ήταν πρωτότυπο, απαιτούσε ιδιαίτερη προσοχή και δημιουργεί και αυτό προϋποθέσεις για βαθμολογική διάκριση μεταξύ των υποψηφίων.